

# 中國傳統數學分期芻議

郭書春

(中國科學院自然科學史研究所)

提要 二十世紀學術界關於中國數學史的分期有不同看法。錢寶琮既考慮數學內部的發展，又考察數學發展與當時社會背景的關係的思想是可取的。我們認為，春秋戰國屬周朝，但在數學上卻與夏、商、西周是兩個階段。同樣，秦統一中國開創了中央集權新階段，但是在數學上卻難以將春秋戰國與秦漢劃成兩個階段。人們往往將劉徽與《九章算術》歸於一個階段。實際上，以劉徽《九章算術注》為代表的魏晉南北朝數學無論從數學的研究方向，還是理論高度，邏輯方法，都與《九章算術》時代有明顯的不同。因此應該將中國傳統數學分成中國數學的興起——原始社會到西周時期的數學，中國傳統數學框架的確立——春秋至東漢中期的數學，中國傳統數學理論體系的完成——東漢末至唐中葉的數學，中國傳統數學的高潮——唐中葉至元中葉的數學，傳統數學的衰落與珠算的發展——元中葉至明末的數學和西方數學的傳入與中西數學的融會——明末至清末的數學等幾個階段。

關鍵字 中國傳統數學 分期

## 壹、不同的看法

關於中國數學史的分期，二十世紀的學術界有不同的看法。而且這些不同主要表現在自先秦至元中葉數學的分期上，因為對元中葉至明末中國傳統數學的衰落，明末至清末的中西數學會通，儘管在表述上有區別，在學術界是沒有爭議的。關於先秦至元中葉數學的分期大體有以下幾種：

李儼將其分成三個時期：將先秦的數學稱為上古期，兩漢魏晉南北朝稱為中古期，隋唐宋元稱為近古期。<sup>1</sup>後來又將隋列入中古期。<sup>2</sup>

日本藪內清也將其分成三個時期：古代的數學（先秦），《九章》的世界（兩漢至魏），六朝至唐宋元的數學。<sup>3</sup>

錢寶琮既考慮數學內在的發展，又考察數學的發展與當時的社會背景的關係，他打破了按王朝的革鼎分期的方法，分成秦統一以前、秦統一以後到唐代中期、唐代中期到明末時期幾個階段。<sup>4</sup>

李迪的分期相當細緻，將其分成兩個時期六個階段，這就是：中國傳統數學的形成期（自遠古至西漢末期），這一時期又分成三個階段：約西元前 2000 年以前為中國數學的“史前期”，約西元前 2000 年至西元前 220 年為中國數學的“積累期”，從秦漢之際至西漢末期為中國數學發展史上的第一個高峰。中國傳統數學的發展期（自東漢初期至元朝前期），這一時期也分成三個階段：約從西元 1 世紀初期至西元 8 世紀初亦即東漢初至唐中葉為中國數學的“理論期”，從西元 8 世紀初至 11 世紀初即唐中葉至北宋初期為中國數學的“滯緩期”，從 11 世紀初至 14 世紀初為中國數學的高峰期。此外，李迪將從 1304 年至 1936 年稱為中國傳統數學向西方數學的“過渡期”，這一時期被分成四個階段：從 1304 至 1606 年即元中葉至明朝後期為“珠算期”，從 1607 至 1760 年左右即明朝末期至清朝中期為“融合期”，約從 1760 年至約 1850 年即清朝中後期之間為中國數學的“復古期”，約從 1850 年至 1936 年為“西化完成期”。

還有一些別的分期方法。

## 貳、芻議

我們認為，錢寶琮的分期思想是可取的。數學史的分期應以數學內部的發展為

<sup>1</sup> 李儼：《中國算學史》。上海：商務印書館，1930 年。收入《李儼錢寶琮科學史全集》，第 1 卷，頁 65—164。遼寧教育出版社，1998 年。

<sup>2</sup> 李儼：《中國數學大綱》，上、下冊。北京：科學出版社，1958 年。收入《李儼錢寶琮科學史全集》，第 3 卷。遼寧教育出版社，1998 年。

<sup>3</sup> [日]藪內清：《中國數學史》。

<sup>4</sup> 錢寶琮主編：《中國數學史》。北京：科學出版社，1964 年。收入《李儼錢寶琮科學史全集》，第 5 卷。遼寧教育出版社，1998 年。

主要依據，同時考慮相應時期的社會經濟、政治的變革和思想、文化背景。我們根據錢寶琮的思想，結合近三十年中國數學史的研究成果，對中國數學史的分期提出以下看法：

中國有文字記載的歷史相當早，然而夏、商、周三代沒有任何數學著作流傳到現在。《世本》云“隸首作數”<sup>5</sup>，隸首是黃帝的臣子，處於新石器時代晚期。當時已經有初步的數學知識，當無可疑。據《周髀算經》記載，西元前 11 世紀商高在答周公問時介紹了勾股形和圓方的某些基本知識，以及用矩測望高、深、廣、遠的基本方法。周公因此發出“大哉言數”<sup>6</sup>的讚歎，表明當時人們的數學知識已經達到相當的水準。這一時期，人們還逐步完成當時世界上最方便的記數制度——十進地位制記數法，創造當時世界上最先進的計算工具——算籌，這是兩項具有世界意義的成就。中國古代數學長於計算，原因固然很多，不能不說與這兩項成就有直接的關係。數學經過夏、商、西周三代的發展已基本上形成了一個學科。<sup>7</sup>

據《周髀算經》記載，陳子在答榮方問時提出數學的表現形式是“類以合類”，“道術”即數學方法具有“言約而用博”的特點，因此學習數學要能“通類”，做到“問一類而以萬事達”。<sup>8</sup>陳子是中國歷史上有確切史料的第二位大數學家，據考證，活動於西元前 5 世紀，<sup>9</sup>是春秋末期人。陳子的思想當然不會是天生的，它是根據已經存在的數學知識總結出來的。

根據劉徽的說法，“九數”在先秦已經發展為某種形態的《九章算術》，但在秦火中遭到破壞。西漢張蒼、耿壽昌在秦火遺殘文本上先後刪補，成為現在的《九章算術》。<sup>10</sup>對《九章算術》的體例、結構的考察<sup>11</sup>，以及對《九章算術》所反映的物價的分析<sup>12</sup>，證明劉徽的說法不僅是最早的，而且是最準確的。就是說，《九章算術》的主體部分及主要成就在春秋戰國時期已經完成了。換言之，中國傳統數學的第一個高潮出現在春秋戰國，西漢將《九章算術》、《周髀算經》等著作定稿，只是這個高潮的總結。20 世紀 80 年代出土的竹簡《算數書》雖然不

<sup>5</sup> [唐]李籍：〈九章算術音義〉。見：郭書春：匯校《九章算術》增補版。瀋陽：遼寧教育出版社，臺北：臺灣九章出版社，2004 年。

<sup>6</sup> 《周髀算經》。劉鈍、郭書春點校。見：郭書春、劉鈍點校：《算經十書》〈周髀算經〉。臺北：九章出版社，2001 年。

<sup>7</sup> 鄒大海：《中國數學的興起與先秦數學》。石家莊：河北科學技術出版社，2001 年。

<sup>8</sup> 《周髀算經》。

<sup>9</sup> 程貞一、席澤宗：〈陳子模型和早期對於太陽的測量〉。《中國古代科學史論續篇》，（日本）京都大學人文科學研究所（1991）。

<sup>10</sup> [魏]劉徽：〈九章算術注序〉。見：郭書春：匯校《九章算術》增補版。瀋陽：遼寧教育出版社，臺北：臺灣九章出版社，2004 年，頁 1。

<sup>11</sup> 郭書春：古代世界數學泰斗劉徽。濟南：山東科學技術出版社，1992 年。臺北：明文書局，1995 年。

<sup>12</sup> [日]堀毅：〈秦漢物價考〉。見：堀毅：《秦漢法制史論考》。北京：法律出版社，1988 年。

是《九章算術》的前身<sup>13</sup>，卻為上述看法提供了佐證。《算數書》和《九章算術》某些相同或類似的數學方法，是當時數學界的共識。事實上，《左傳》記載了西元前 6 世紀的兩次築城工程。一次發生在西元前 589 年的楚國<sup>14</sup>，一次是西元前 511 年晉國為周建城<sup>15</sup>，其中許多計算可歸結為方田、粟米、衰分、商功、均輸、旁要等類數學方法，這正是“九數”或者說《九章算術》的一部分內容。《九章算術》奠定了中國傳統數學的基本框架。它（部分地還有《算數書》）的體例和結構符合“類以合類”的原則，並且大部分術文具有“言約而用博”的特點，在分數四則運算、比例和比例分配算法、盈不足算法、開方法、線性方程組解法、正負數加減法則、解勾股形和勾股陣列等方面走在了世界的前面，有的超前其他文化傳統數百年，甚至上千年，是當時世界上第一流的數學著作。

因此，在朝代革鼎上春秋戰國與西周同屬周朝，但在數學上卻不能將春秋戰國與夏、商、西周混為一談。它們應該是兩個階段。也就是說，從遠古到夏、商、西周是一個階段，即中國傳統數學的萌芽階段。而春秋戰國開始了數學發展的一個新階段。同樣，在政治史上，秦統一中國，結束了列國紛爭，開創了中央集權新階段，西元前 221 年成為先秦與秦漢的關節點。但是在數學上卻難以將春秋戰國與秦漢劃成兩個階段，它們同屬以《九章算術》為代表的第二個階段。

西漢末年至東漢中葉，數學的進展不大。

東漢末年之後，一直到唐中葉，中國數學最主要的成就體現在劉徽《九章算術注》中。由於這是一部注解《九章算術》的著作，人們往往將其與《九章算術》歸於一個階段。實際上，劉徽《九章算術注》“析理以辭，解體用圖”，提出了許多嚴格的數學定義，並以演繹邏輯為主要方法全面證明了《九章算術》的算法，奠定了中國傳統數學的理論基礎。他對圓面積公式和劉徽原理的證明在世界數學史上首次將極限思想和無窮小分割方法引入數學證明，劉徽的貢獻主要是數學理論方面的。祖沖之父子的數學水準不會低於劉徽，可惜他們的數學成就，我們只知道劉徽為其奠定理論和方法基礎的推進圓周率的精確度、祖暅之原理和球體積的解決等只零片爪。以劉徽《九章算術注》（部分地還有祖沖之父子）為代表的魏晉南北朝數學無論從數學的研究方向，還是理論高度，邏輯方法，都與《九章算術》時代有明顯的不同，應該屬於另一個階段，這就是中國傳統數學理論奠基的階段。此外，徐岳《數術記遺》、《孫子算經》、《張丘建算經》、《緝古算經》等在計算工具的改進，不定方程解法，三次方程上有貢獻，唐初李淳風等還整理了十部算經，即後來的《算經十書》。然而，隋唐數學明顯落後于魏晉南北朝時期，除了在曆法的制定中創造內插法之外，數學上幾無創造。

<sup>13</sup> 郭書春：〈關於《算數書》與《九章算術》的關係〉。（待發）

<sup>14</sup> [東周]左丘明：《春秋左氏傳·宣公十一年》。見：《十三經注疏》。北京：中華書局，1980 年。

<sup>15</sup> [東周]左丘明：《春秋左氏傳·宣公十一年》。

唐中葉之後，隨著商業的發展，計算越來越多，人們迫切需要改進乘除算法。主要有兩個方向：一是化三行布算為一行布算，一是化乘除為加減。人們創造了許多捷算法，並編成歌訣。歌訣的產生使口念口訣很快，手擺弄算籌很慢，得心無法應手。最遲在南宋，現在還在使用的珠算盤應運而生。

不僅如此，捷算法中的化乘除為加減還成為宋元數學創新的一個突破口。北宋賈憲撰《黃帝九章算經細草》，提出“開方作法本源”即賈憲三角，又創造增乘開方法。它們都借助於隨乘隨加。賈憲三角和增乘開方法不僅是宋元數學的開山之作，而且奠定了宋元數學成就的基礎。

13 世紀下半葉形成了南宋統治下的長江下游和金元統治下的太行山兩側南北兩個數學中心。南方中心現僅存秦九韶、楊輝的著作。秦九韶撰《數書九章》，提出“大衍總數術”，完善了一次同餘方程組解法，還提出正負開方術，將以賈憲創造的增乘開方法為主導的高次方程的數值解法的發展到相當完備的程度。楊輝撰《詳解九章算法》、《楊輝算法》，在總結改進民間的乘除捷算法，高階等差級數求和，縱橫圖研究等方面有貢獻。北方中心僅存李冶的著作。李冶撰《測圓海鏡》、《益古演段》，集前此勾股容圓知識之大成，並對設未知數列方程的方法“天元術”的完善作出了貢獻。元統一中國後的朱世傑自燕京（今北京）周遊全國，汲取兩個中心的長處，在揚州先後刊刻《算學啓蒙》和《四元玉鑿》，在天元術、二元術和三元術（分別是二元和三元高次方程組解法）的基礎上，創造“四元術”即四元高次方程組解法，並在沈括、楊輝、王恂、郭守敬等的基礎上將高階等差級數求和問題和高次招差法發展到相當完備的程度。這些成就大多超前其他文化傳統幾個世紀，有的是歐洲近代數學大師們才解決的。這就是人們常說的宋元數學高潮。

元中葉之後，一直到整個明代，除了繼續改進籌算、珠算技術，珠算得到普及，並最終在明中葉之後取代籌算之外，中國傳統的高深數學急劇衰落。中國遂失去了數學大國和數學強國的地位。

明末之後，西算開始傳入中國，開始了中西數學融會貫通的階段。這是學術界都知道的。

我們認為，數學的發展，既有數學內部的自身因素，也必然受社會經濟、政治、思想和文化背景的制約。人類進入文明社會以來，世界數學研究的重心發生了幾次大的變化<sup>16</sup>。先是約西元前 31 世紀開始的尼羅河流域數學和約西元前 24 世紀開始的兩河流域數學。西元前 7 世紀起希臘地區取代了上述地區，數學非常發達。約西元前 3 世紀至西元 14 世紀初，中國取代古希臘，成為世界數學研究的重心；西元 8 世紀之後印度、阿拉伯地區的數學也發展起來。16—17 世紀，

---

<sup>16</sup> 參見郭書春：〈略談世界數學重心的三次大轉移〉。《科學技術與辯證法》，1986 年第 1 期。又：李文林：《數學史教程》。北京：高等教育出版社，2000 年。

歐洲數學伴隨著文藝復興，度過了中世紀的黑暗，進入變數數學時代。從此，歐洲以及 20 世紀的前蘇聯、美國一直佔據著世界數學研究的重心位置。不難看出，世界數學的重心都發生在某一種社會形態最完備，其經濟、政治和思想文化最發達的地區。

值得注意的是，中國傳統數學發展的幾個不同階段，與當時社會經濟、政治、思想和文化的變革，亦即與中國古代社會不同的發展階段有某種對應關係。中國歷史學界對中國古代歷史的分期不管持什麼觀點，都認為，中國在春秋戰國時期發生了領主制崩潰，並向地主制過渡的激烈社會變革，思想界出現諸子林立，百家爭鳴的活躍局面；在東漢末至魏晉，莊園農奴制佔據經濟政治舞臺的中心，思想界以談“三玄”（《周易》、《老子》、《莊子》）為主的辯難之風取代了煩瑣的兩漢經學，中國社會進入一個新的階段；在唐中葉至宋初，莊園制逐步解體，土地可以自由買賣，地主階級由按等級占田變成靠購買擴大土地佔有，思想界也還比較寬鬆；元中葉之後，宗法地主制度走向沒落，理學佔據思想界的統治地位，思想禁錮嚴酷。兩相對照，就會發現，在中國社會發生某種變革的初期，都給數學的發展帶來新的活力，從而帶來數學發展的高潮。而在某一個社會發展階段的後期，數學不僅發展緩慢，甚至低於其前的時期。東漢、隋唐、元末至明末的數學就是這種情形。

### 參、結論

由於這種原因，我們認為，應該將中國傳統數學的發展分成以下幾個階段：

中國數學的興起——原始社會到西周時期的數學

中國傳統數學框架的確立——春秋至東漢中期的數學

中國傳統數學理論體系的完成——東漢末至唐中葉的數學

中國傳統數學的高潮——唐中葉至元中葉的數學

傳統數學的衰落與珠算的發展——元中葉至明末的數學

西方數學的傳入與中西數學的融會——明末至清末的數學

顯然，這種分期方法是在錢寶琮的分期基礎上的修正。