

## 任意三角形與以一般勾股形

劉君燦

（南華大學通識中心，本會會友）

西方向來奉古希臘的歐氏幾何為數學體系的濫觴，而我國一度叫幾何為「形學」，因為處理的是有關圖形內在與彼此關係的一門學問，甚至整個數學籠統言之，也不過是「形與數」的各種關聯而已。

幾何圖形中最基本的是三角形，瞭解了三角形的性質，其他的圖形才容易探究，我們學幾何就是這樣過來的。但課本上喜歡叫隨手一畫的三角形為「一般」三角形，其他等腰三角形，正三角形，直角三角形都是「特殊」或「特種」三角形，因為他們在「一般」三角形上又加上了某些「特性」。而數學喜歡稱「特性」越少的為最「一般」的，甚至最「普遍」的。

還當然是一種「簡單性」的對象要求。不過越經常使用的往往不是最簡單的，我發現測量學家，無論做天文測量，地文測量，乃至水文測量；用的最多的是直角三角形，也就是中國所說的「勾股形」，只不過「勾股」強調的是勾、股、弦這三邊，直角三角形著重的是「角度」。

直角三角形之所以好用，是因為有一個角是直角，而無論二度空間或三度空間，我們習用，喜用的座標系，其座標軸都是相互垂直的，因為任何數式在直角坐標系很容易把握，往往也很簡單。其次直角三角形其三邊可以任意短長，也就是其另兩個角除了其和為直角外，可以任意變化，而勾、股、弦三邊邊長只要符合畢氏定理（中國稱為商高定理）的關係即可。

而我們所熟知的三角函數，諸如正弦(sine)，餘弦(cosine)，正切(tangent)等也來自直角三角形，如正弦是對邊比斜邊，餘弦是鄰邊比斜邊，正切是對邊比鄰邊，而這裏對邊與鄰邊之分是就角之所在而言。不過我們必須注意的是各種三角函數，不僅在微分，積分，乃至各種抽象數學中都普遍使用，不僅限於測量數學而已。

所以到底是越簡單的越普遍，或越一般，其他就是特殊或特種，還是某一必要性質確定後（如直角三角形之直角），其他性質變化自由度很大，因而適應性，適用性極廣的才是越一般，越普遍的呢？也就是說是否我們所叫的一般三角形只能叫任意三角形，而直角三角形才能叫一般三角形，乃致於一般勾股形呢？

三角形中全等三角形很少，也就是要用（s.s.s.）（s.a.s.）（a.s.a）來證明全等的三角形很少，數學中運用最廣泛的還是「相似三角形」，圖形或影像的放大，所賴的就是「相似」，或說「不失真」即可，甚至科學的延展與推廣所用的科學方法「類比」也與「相似」極為相關。

當然相似三角形是邊長等比例放大或縮小，其各角角度是不變的，換句話說，只

要符合(a.a.a.)的都是相似三角形，用我們中國的話來講，這是「變易」中有「不易」，「不易」的是角，而雖「變易」但變易有秩序的則是等比例放大或縮小的三邊。而這一路分析過來，我說的道理相當簡單，這就是「簡易」。

中國古代幾乎沒有角度的觀念，數學史家李儼，錢寶琮屢屢言之，甚至發為詩文，沒有角度的確是一缺陷，但缺陷有時也是一種特色（缺陷美），中國古代度天量地所用的「重差術」用的是相似直角三角形的性質，但兩根等長的標竿所運用到的一切性質著眼點全在邊上，而勾股形之所以叫勾股形，就是因為勾、股、弦指的全是邊。

無論是數學、科學，乃至文化，我們需要某些必要的「定性」，如勾股形的直角，但又需要自由度很大的運用空間，使我們既有所安，也有所延展與推廣，使文明逐漸擴展，從這個角度來看，勾股形之一般性，普遍性，可能比之任意三角形要寬廣，開闊的多吧！！因為自由度大常常就是豐富度大啊！！

在人文秩序與自然秩序上來講，這也就是為什麼「禮」從「示」也從「豐」；「體」從「骨」也從「豐」的道理所在。因為任何啓示，啓發要有所守，或要有「神聖性」，但又要有自由度、豐富度可供發展。而人的身體賴脊椎骨直立才有人類文明的可能，人的直立以及雙手萬能才有多采多姿的科技、人文世界，這是極有價「值」的一種豐富或自由，否則「體」的簡寫為什麼是「人之本」，沒有「臭皮囊」，人的很多精神，物質成就可能就沒有了啊！！