

我國文化傳統中的“ 數學證明 ”

王憲昌
吉林省四平師範學院

摘 要

本文通過對中國古代數學與歐幾里得幾何學證明方式的比較，說明人類古代數學中的“證明”實質上是一種具有特定文化意義的數學表述，這種表述是以文化傳統確認的形式繪出一種數學運演和存在的合理性、確定性的說明。

一、中國古代數學不存在歐幾里得式的數學證明

在中國古代數學史的研究中，中國學者遇到的一個難題就是如何客觀地比較、評判中國古代數學與古希臘數學之間關於數學證明的問題。對於中國學者而言，這是兩種數學體系的比較評判，而且中國學者對中國古代數學的理解，使他們深深地感到了中國古代數學所取得的成就。如何在中西古代數學的比較、評判中把中國古代數學的內涵表述出來呢？在這個問題上，中國學者遇到兩個方面的困難。其一，中西古代數學構成的形式不同，中國古代數學以籌算為主要內容形成了數學的構造，而古希臘數學則以幾何圖形為主要內容構成了數學體系。其二，中西古代數學運演的形式不同，中國古代數學以籌算的擇排操作為主要的形式來表述數學的運演形式和結果，而古希臘則以幾何圖形的邏輯運演來表述數學的形式和結果。

針對上述中西古代數學的兩個重要差異，中國學者最初採用的是以古希臘的數學模式，以古希臘數學的邏輯證明方式來說明中國古代數學的成就。為了說明中國古代數學的成果，他們努力在中國古代數學中追尋演繹證明的痕跡。例如，有的學者就認為中國古代數學代表著作的《九章算術》中就已經具有並形成了演繹的邏輯方式及演繹的邏輯體系。“劉徽注中主要使用了演繹推理，他的證明主要是演繹證明即真正的數學證明，從而把《九章算術》上百個一般公式、解法變成了建立在必然基礎之上的真正的數學科學”。¹有的中國學者還進一步發揮說“劉徽《九章算術注》中的每一個問題，都可以分解成一些首尾相關的判斷，如果仔細分析這些判斷之間的聯繫，就會發現這些判斷組成若干個推理，然後由這些推理再構成一個證明，因此可以說，《九章算術注》中的論證已經具備了證明的結構，就大多數的注文來說，這其中的推理都是演繹推理，大多數證明也是演繹證明”²。

從這些學者的研究工作中，我們可以發現他們費盡了心思想要在中國古代數學中找出古希臘數學的形式。筆者曾對此提出批評的意見，這些意見可歸納為兩點。其一，關

1. 郭書春 〈關於中國古代數學哲學的幾個問題〉《自然辯證法通訊》1998 年 4 期 44 頁。
2. 巫壽康 〈劉徽《九章算術》邏輯初探〉《自然科學史研究》1987 年 1 期 20 頁。

於人類古代數學的構成模式問題。人類古代數學是唯一的一種構造模式嗎？如果古代數學不是唯一的模式，那麼爲什麼要在中國古代數學中尋找古希臘數學的模式呢？其二，關於人類古代數學的運演方式及評價標準問題。人類古代數學就只有一種邏輯演繹證明的方式嗎，以這種方式爲評判古代數學的標準，它的理論依據是什麼？

筆者認爲，人類古代數學是在不同民族文化中形成的，它的構造方式、內容及數學的運演方式是由不同民族文化所限定的。因此，人類古代數學構造、內容、運演方式方面存在著差異是必然的，中國古代數學不存在歐幾里得式的邏輯演繹證明方式。中國數學史學者的工作應是在古代數學體系的差異之中建立起一個新的評判理論。³

二、中西文化差異中的“數學證明”

在中國數學史的研究中，現在的學者們已經逐步認識到運用歐幾里得的證明方式來比較、評判中國古代數學的局限性。有些學者開始明確指出中國古代數學運演的獨特性。例如數學史學者袁曉明先生就認爲中國古代數學“與古希臘數學嚴格地採用演繹的邏輯思維方式不同，中國數學則以非邏輯思維爲主，即主要是通過直覺、想像、類比、靈感等思維形式來形成概念、發現方法、實現推理的”。⁴

當我們承認中國古代數學是“非邏輯思維”，而古希臘數學卻是一種形式邏輯的思維和運演，那麼隨之而來的一個問題就是，人類古代是以什麼標準來看待自己數學存在、運演和結論的正確性呢？

數學文化史的研究告訴人們，人類古代數學的合理性的確認，實際上是一種文化範疇意義上的一種“約定”。當這種“約定”被民族文化所認可，那麼滿足這種文化“約定”的數學表述就是古代數學的一種合理性存在的說明。這種合理性的說明，既可以是古希臘的邏輯證明，也可以是中國古代籌算的竹棍擇排，這些合理性的說明實質上是數學在其文化系統中的一種證明。

在古希臘文化中，數學是超越實用的一種宗教或哲理性，這種價值取向就決定他必須採用一種哲學和宗教認可的形式來表述自身的確立。歐幾里得的《幾何原本》及邏輯證明方式恰好符合古希臘文化與數學的“約定”，因此古希臘數學就採用幾何圖形的邏輯運演爲一種數學在其文化中的證明。著名的西方科學哲學家波普爾（Karl Raimund Popper）就認爲歐幾里得的幾何學並不是幾何學的教科書，而是一種作爲世界理論的研究原則，它試圖系統地解決柏拉圖的宇宙論的主要問題，“從柏拉圖和歐幾里得之後，而不是以前，幾何(而不是算術)方在物質理論和宇宙論中，表現爲一切物理解釋和描述的基本工具”。⁵可以說，古希臘文化“約定”了數學證明其合理性、確定性的形式就只能是一種形式邏輯的運演方式。

相比之下，中國古代的籌算只是一種實用技藝，盡管竹棍的擇排運演與《周易》的

3. 王憲昌 〈中國古代數學史研究中某些矛盾結論的分析〉《自然辯證法通訊》1997年6期43頁。

4. 袁曉明 《數學思想史導論》廣西教育出版社1991年版141頁。

5. 波普爾 《猜想與反駁》上海譯文出版社，1986年版123頁。

六十四卦有歷史淵源，但《周易》的哲學思想及操作方法已與籌算完全分離。籌算只能以自己運演的快速、準確、方便來表述自己的存在。中國古代文化“約定”了中國古代數學證明自身的合理性、確定性的方式就是實際運用。這種實用的價值取向，使中國古代數學自然會排斥邏輯形式運演(實際上數學史表明有關數論方面的邏輯論證是相當煩難的)採用多種方式來表述自身存在的合理性與確定性。這種技藝實用的原則也是籌算向珠算發展的歷史必然。⁶

中國古代數學家劉徽在為《九章算術》作的序中寫道：“事類相推，各有攸歸，故枝條雖分而同本幹者，知發其一端而已。又所析理以辭，解體用圖，遮亦約而能周，通而不黷，覽之者思過半矣”。對於中國文化而言“析理以辭，解體用圖”就是中國古代數學在中國文化中的一種證明。中國古代數學《周髀算經》中勾股圖用顏色來幫助說明圖形結果的正確性，實際上是符合中國古代文化的一種數學證明。美國學者 C. Smorynsk 認為數學是一種文化體系，它會隨著民族文化的興衰而演變，“數學知識是一種文化傳統，而數學活動就其性質來說是社會性的，人們可以用社會科學的方法來研究數學家，從而也就可以用這種方法來說明數學本身。”⁷可以說，中西文化傳統的差異，正是中西古代數學表明其自身“數學證明”合理性、確定性差異的根本原因。

作為比較，人們可以發現，古希臘的邏輯運演是一種數學的證明，那麼中國古代文化中“析理以辭，解體用圖”的表述也是一種數學的證明，它們的目標都只有一個，即讓其民族文化承認它存在的合理性、確定性。

台灣學者李國偉先生在對西方數學哲學和數學史的考察中認為，數學的證明是一種說服的過程。李國偉先生認為數學“既然是一個說服的過程，就有說服的主體與受體，因此證明必然是一種行動、有一番歷程。而且說服有它的意向範圍，也就帶進來證明的社會因素。當證明以某種邏輯的組織方式表達出來時，它其實是這種說服行動的一張快照，或者說是放映中的電影的停格，捕捉了思想流動中一個凍結的切面。這樣法是學數知識傳達過程裡，有時不得不採取的手段。它是證明的「皮相」而非證明的「精髓」。同時我們可以看出這種表達方式的周密性、嚴謹性，都是一些相對的概念，端賴人所訴諸的證據，在你游說的對象中是否已為人深信不疑。把「證明」放在社會與歷史的脈絡中觀察，把「證明」聚焦在「說服過程」的作用檢討，我們首先會得到一種啟發，就是對中國古代數學意義的重新論釋。從 Euclid 的證明典範來看，中國古算似乎沒有證明的跡象。如果我們從「證明就是一個說服過程」的觀點來看，在中國古代的文化脈絡裡，古算經傳達的數學知識的正確性，是具有極強的說服力。像劉徽給《九章算術》作的精關注解，內容包含豐富的說理方式，他靈活的運用直觀、類比、觀察等手法，充分展現數學知識的生命力，發揚了知識的創發活性。”⁸顯然，運用數學文化史的層面分析，人們可以發現，數學證明的過程，其實就是在其文化系統中進行說服，使人們相信它的合理性和確定性。

6. 王憲昌 〈宋元數學與珠算的比較評價〉《自然科學史研究》1997年1期21頁。

7. C. Smorynski 〈數學是一種文化〉《數學譯林》1998年3期249頁。

8. 李國偉 〈證明的流變：一個數學哲學與數學史的綜合觀察〉。

從目前對數學證明的文化史意義上的分析，我們可以大略地把對中國古代數學運演形式的研究分為三個發展階段。

第一、以古希臘的數學體系、證明方式為模式，並以此來比較、評判中國古代數學。在這個階段，中國古代數學研究既缺乏對中國古代數學的理解，也缺乏對古希臘數學的深層理解。

第二、認識並理解中西古代數學的差異，尋找中西古代數學的特徵，並以此來比較、評判中西古代數學。這個階段還缺乏更進一步理解中西古代數學構成、表述差異的內在原因。

第三、認識和理解了古代數學在其民族文化中存在的形式地位、與作用，進而對中西古代數學不同的構造形式、運演形式都可以給出一種文化意義上的詮釋。從這種意義上，人們才可以理解中西古代數學差異的必然性、合理性。當然，也只有在這一段人們才理解了數學證明的文化內涵。

值得說明的一點是，從今天的角度看，數學應該是一種高於實用的理性構造。正是從這一點上，今日的數學有著同哲學相似的某些內容，今日的數學本質上是西方數學。由此我們在討論古代數學的時候也不能忘記中國文化把數學僅僅定義為實用技藝的局限性。一個民族文化如果不能展開理性思維與構造的翅膀，那麼它必然在世界的競爭中趨於劣勢。也正是從這種意義上，古希臘數學那種宗教和哲學理性的追求，才使今日的數學取得了如此的成就。當然，現代數學的特徵不應當影響我們對古代數學的客觀評判。