

從吳敬算書看明代《算學啓蒙》的流傳

黃清揚（台北縣福和國中）

洪萬生（台灣師範大學數學系）

朱世傑的《算學啓蒙》在1299年問世之後，隨即在元代中國失傳。目前所見版本乃是1839年回傳中國的朝鮮版。這是中國數學史的一般說法，幾十年來一直都無從翻案。現在，經由我們深入比對明代吳敬的《九章算法比類大全》與朱世傑的《算學啓蒙》之後，我們發現前書保存了十九個問題與後書完全相同，答案也完全一致，只是解法出現了差異。比較特別的，是朱世傑在其中幾個解法上運用了『天元術』，而吳敬則未嘗觸及。至於原因究竟，我們還有待深入探索。不過，吳敬《九章算法比類大全》第一版問世時（1450），明代數學家大概已經不使用『天元術』這種相當進步的列方程式之方法了。此外，本文還簡略說明吳敬的生平事跡，以及《九章算法比類大全》之體例。還有，我們也試圖追溯《九章算法比類大全》與宋元算書之關連（見附錄I）。

關鍵詞：吳敬、九章算法比類大全、明代數學史、算學啓蒙

壹、前言

從元初到明初，目前還有傳本的中國算書，有賈亨的《算法全能集》，安止齋、何平子的《詳明算法》，《丁巨算法》（1355），《透簾細草》，《錦囊啓源》，以及嚴恭的《通原算法》（1373）。這些有關實用算術的書籍，見證了史家錢寶琮所謂的十進小數概念的發展、位值制數碼的產生、歸除歌訣逐漸完備、比算籌更便利的珠算盤發明之史實。¹錢寶琮還進一步指出：「具有代表性意義的吳敬《九章算法比類大全》于1450年出版，在數字計算方面總結了宋元算術的成就。」²

然則宋元其他方面的算學知識，究竟有沒有通過吳敬算書保留下來呢？此一問題在台灣師大『明代數學史討論班』（2006年夏天）上，我們『通訊團隊』成員曾進行了相當深入的探索。³根據黃清揚（本文第一作者）與王文珮的研究，楊輝《詳解九章算法》與朱世傑《算學啓蒙》對於吳敬算書頗有影響。前一史實，史家早已注意，然而，後一關連，則在一般中國數學史論述尚未及見。於是，黃清揚在仔細爬梳、比較之後，確認吳敬的《九章算法比類大全》（底下簡稱《大全》）收錄了《算學啓蒙》的十九個算題，

¹ 錢寶琮（1998a），頁132。

² 同上。

³ 所謂『通訊團隊』（Tongxun group）是道本周（Joseph Dauben）教授對我們HPM團隊之暱稱。此一團隊以出版《HPM通訊》推動數學史融入數學教學為職志。有關此一通訊，請參考<http://www.math.ntnu.edu.tw/~horng>。又，參加此一討論班的成員，包括了王文珮、李建勳、英家銘、黃清揚、陳春廷、蘇俊鴻、蘇意雯、蘇惠玉等人。

其中題目、答案完全一致，但術文則有所不同。⁴因此，《算學啓蒙》是否完全失傳，目前恐怕還不能定論。⁵至於其他的宋金元算學著作如楊輝的其他著作、朱世傑的《四元玉鑑》，⁶以及李冶的《益古演段》與《測圓海鏡》，則吳敬始終未曾提及，我們也無從得知其原因究竟。有關吳敬在他的《大全》中可能引用的宋元算書，⁷請參考本文末『附錄 I』。

本文第二作者洪萬生組織『明代數學史討論班』的目的，主要是爲了撰寫有關明代數學的斷代史研究報告，由於明代其他算書文本分析與解讀工作已經大致就緒，⁸所以，我們專門針對吳敬的《大全》深入研讀。當洪萬生將〈數學與明代社會：1368-1600〉提交中研院史語所的『科技與中國社會』工作坊（2006年9月7-8日）發表時，韓琦教授指出張久春早已撰寫有關吳敬的碩士論文（2001）。⁹儘管英雄所見略同，本文之作，還是必須參考他的碩士論文《《九章算法比類大全》的資料來源及其影響》。

事實上，上述張久春的論文，對於《大全》的資料來源，進行了極細緻的釐清，從而也確認了吳敬所謂的『九章』寫本，就是楊輝的《詳解九章算法》。¹⁰此外，《大全》與宋以前算書之關係，則張久春指出吳敬的參考用書，可能涵蓋《海島算經》（劉徽撰）、《孫子算經》、《張丘建算經》、《五曹算經》（甄鸞撰）、《緝古算經》（王孝通撰）以及《謝察微算經》。¹¹有關宋元算書之引述，則可以分疏《議古根源》（劉益撰）、《楊輝算法》、《透廉細草》，以及朱世傑的《算學啓蒙》與《四元玉鑑》。¹²至於元初至明初的參考算書，則包括了《算法全能集》（賈亨撰）、《詳明算法》（安止齋、何平子撰）、《丁巨算法》、《通原算法》（嚴恭撰），以及劉仕隆的《九章通明算法》。¹³

不過，在該論文中，張久春並未詳細舉證說明。譬如說吧，針對《算學啓蒙》全書的 259 題中，他只是指出：「第 152、161、175、195、199、207、211、216、220、221、223、224、238、240 和 245 題分別是《大全》均輸卷詩詞第 31 題、衰分卷第 47、25 和第 35 題、商功卷比類第 62 題、少廣卷詩詞第 9 題、盈不足卷比類第 1 和 2 題、方程卷比類第 1、3 和題、勾股卷比類第 1 和 2 題、卷 10 第 26、7 和第 35 題。其中解法相同的有第 152、161、162、175、195、199、207、211、223 和 224 題，解法有差別的

⁴ 參考本文附錄 I。另外，張久春的《《九章算法比類大全》的資料來源及其影響》提及：吳敬的《九章算法比類大全》收錄了《算學啓蒙》的十六個算題，經我們比對，應該是十九個算題才是。

⁵ 朱世傑的《算學啓蒙》在 1299 年出版之後，隨即在中國失傳。目前傳本是 1839 年傳回中國的朝鮮刻本。參考李儼、杜石然（1976），頁 270；洪萬生（2002）。

⁶ 有關《四元玉鑑》的部份，我們與張久春的認定有出入，當另文討論之。

⁷ 本文所參考的《九章算法比類大全》之版本，爲郭書春主編（1993）。

⁸ 譬如王連發，《勾股算學家—明顧應祥及其著作研究》（2002）；許雪珍，《明代算書《算學寶鑑》內容分析》（1997）；徐梅芳，《顧應祥《測圓海鏡分類釋術》之分析》（2004）；黃清揚《中國 1368-1806 年間勾股術的勾股術發展之研究》（2002）；楊瓊茹，《明代曆算學家周述學及其算學研究》（2003）；陳威男，《明代算書《算法統宗》內容分析》（2002）；陳敏皓，《李之藻《同文算指》之研究》（2002）等這些台灣師範大學數學系所（教學）碩士論文，都是有關明代算學史的研究報告。

⁹ 張久春，《《九章算法比類大全》的資料來源及其影響》，中國科學院自然科學史研究所碩士論文，2001 年 9 月。感謝韓琦教授寄贈此一論文。

¹⁰ 張久春（2001），頁 28。

¹¹ 同上，頁 29-30。

¹² 同上，頁 30-32。

¹³ 同上，頁 32-33。

有第 216、220、221、238、240 和 245 題。它的第 216、220 和 221 題的解法是“直除法”，而《大全》的解法是“互乘加減消元法”；第 238、240 和 245 題的解法是天元術，而《大全》的解法是開方法。」¹⁴這對於吳敬如何傳承朱世傑，特別是《算學啓蒙》被認為在 1299 年間世後即在中國失傳的情況下，相關的數學知識之內容與形式，非常值得我們深入討論。

因此，在本文中，我們將詳細對比《大全》與《算學啓蒙》的相關問題及解法（見本文第四節），以便考察吳敬算書的傳承特色。為此，我們將先在第二節中，簡要介紹吳敬的算學生涯。接著，在第三節中，我們將介紹《大全》之體例，以方便說明本書與宋元算書之傳承關係。

貳、吳敬的生平

吳敬，字信民，號主一翁。明代杭州府仁和縣人，「天資穎達，而博通乎算」，是當時錢塘一帶遠近聞名的數學家。他的生平不詳，有關史料甚少，當然亦不見載於《明史》等主要史書，¹⁵因此，我們只能從《大全》一書中之片斷資料，拼湊他的生平。根據本書 1488 年刊本項麒序文：

杭郡仁和之邑，有良士吳氏號主一翁者，天資穎達而博通乎算數，凡吾浙藩田疇之饒衍、糧稅之滋多，與夫戶口之浩繁，載諸版籍之間者，皆于翁手是資，則無遺而無爽焉。一時藩臬重臣皆禮遇而信托之者，有由然矣。¹⁶

可見，他曾為浙江地方官僚掌管會計工作，譬如有關『田疇之饒衍』、『糧稅之滋多』與『戶口之浩繁』，他顯然相當熟悉。¹⁷由於他的能力出色，深得藩臬重臣的禮遇與信任。後來，他花了十年時間完成了本書。¹⁸

¹⁴ 引同上，頁 31。

¹⁵ 因此，清阮元《疇人傳》(1799) 不見著錄。在明中葉數學家中，本書倒是收錄了唐順之、顧應祥、周述學、朱載堉等人之傳記。

¹⁶ 引自項麒，〈《九章算法比類大全》序〉，吳敬 (1994)，頁 1701-1702。

¹⁷ 至於其工作應該是幕客之屬，他的肖像之衣帽意義何在，倒是值得深入討論。

¹⁸ 本書吳敬自序稱：「積功十年，終克脫稿，而年老目昏。」可見，他或許在退休後才開始撰稿。



吳敬肖像（取自《大全》）

上述吳敬的這些工作內容，相當忠實地反映了明代前期社會經濟之發展。明初，動亂之後社會經濟逐漸復甦。由於移民屯田墾荒政策，解決了勞動力問題，於是，人口與土地的比例漸趨平衡，而帶動了經濟發展。再者，黃冊與魚鱗冊的推動，也使得賦役制度更加完善，國家財政收入，因而大幅增加。到了仁、宣二朝（1425-1435）君臣相得，與民休息，給當時的社會帶來了一定的昇平景象，商業、交通和城市也欣欣向榮。¹⁹基於這一歷史背景，由於吳敬精於田疇、糧稅及戶口等測算工作，因此，他獲得地方政府的禮遇，也就不難想見了。²⁰

或許因為如此，吳敬才有機會分別邀請聶大年為景泰元年（1450）版、項麒為弘治元年（1488）版寫序、張寧撰寫贊詞，以及孫暉書寫『吳先生肖像贊』。底下，依序簡要說明這四位學者的行止。

聶大年，字壽卿，臨川人。博學，善詩與古文，書法尤善。宣德末年，薦授仁和訓導。後分教常州，遷仁和教諭。²¹景泰六年薦入翰林，未幾得疾卒。他為吳敬書撰序時曾指出：

¹⁹ 參考楊國楨、陳支平（1999），頁 91-164。

²⁰ 不過，就他所受器重之史實，也證實明初官方之數學教育，不足以培養堪用的數學技術官僚。

²¹ 有關明代教官之研究，參考吳智和（1991）。

算學自大撓以來，古今凡六十六家，而十書今已無傳。惟九章之法僅存，而能通其說者亦□矣！錢唐吳君信民精於算學者，病算法無成書，乃取九章十書與諸家之說，分類註釋，會粹成編，而名曰大全。²²

項麒，仁和人，景泰七年由舉人授南京吏部司務，歷陞刑部郎中。後來，以病致仕，家居三十年。²³他為1488年版《大全》撰序時，特別交代了本版之編校印行經過。又，他與吳敬『同邑』，應該是受吳敬子孫之託而撰序。

張寧，字靖之，號方洲，海鹽人。明景泰五年（1454年）進士，授禮部給事中，後擢都給事中，出為汀州知府。致仕歸，家居三十年，屢薦不應召。他為吳敬撰寫的『贊』詞如下：

言行好古，鄉黨樂成，因數察理，其心孔明。²⁴

其中『好古』之贊，究竟是指吳敬恢復九章之舉，還是流行用詞，則不得而知。

孫暉，字景章，海寧人。景泰壬申年，他以賢良方正薦授江西泰和縣丞。其次，擢博白縣知縣，再授濤州知府。最後，他以山東右參政致仕。²⁵他為吳敬肖像所寫的贊詞如下：

其顏溫溫然，其行肅肅焉。無顯奕之念，有幽隱之賢。數窮乎大衍，妙契乎先天。運一九于掌握，演千萬于心田。嘲弄風月，嘯傲林泉，芝蘭挺秀，瓜□綿延，是宜茂膺繁祉，令終高年。噫形□者惟能寫其外之巧，而亦莫能□其中之玄也。²⁶

其中的『嘯傲林泉』之說，或許也是流行用詞。這種肖像及其贊語，在中國數學史上是為創舉，後來的徽商子弟程大位《算法統宗》（1592）也仿效之。

由上述略傳可知，項麒等四人當是頗受敬重的士人，²⁷吳敬得以邀請他們寫序，或許與他們不無交情。²⁸可惜，這些史料僅見於方志，內容相當有限，無從幫助我們了解吳敬真正的交遊狀況。

吳敬相當關心算學知識的流傳，不過，他的知識活動，卻可能見證了明代前期算書之匱乏。他曾經歷訪『九章』等古算書，久未之見。後來，他總算如願，請參見〈九章算法比類大全序〉（1450）：

予以草茅末學，留心算數，蓋亦有年，歷訪《九章》全書，久未之見。一日偶獲寫本，其目二百四十有六，內方田、粟米、衰分、不過乘除互換，人皆易曉。若少廣之截多益少，開平方圓，商功之修築堆積，均輸之遠近勞費，其法頗雜。至於盈朒、方程、勾股，問題深隱，法理難明，古法混淆，布算簡略，初學無所發明，由是通其述者鮮矣。²⁹

吳敬在世時，《大全》由王均刊刻（1450），後「毀於隣燧，十存其六」。吳敬孫吳訥承父親怡庵之命重加校編，於弘治元年（1488）印行。明代藏書家多藏有此書。

²² 引自吳敬（1994），頁1699-1700。

²³ 參考《浙江通志》。

²⁴ 引自吳敬（1994），頁1703。

²⁵ 參考《浙江通志》。

²⁶ 引自吳敬（1994），頁1703。

²⁷ 儘管聶大年一直擔任教官，政治地位不高，不過，他仍以詩文、書法為世人所重。參考吳智和（1991）。

²⁸ 當然也可能與『潤筆』有關，請參考洪萬生（2006）〈數學與明代社會：1368-1607〉第八節。

²⁹ 引自吳敬（1994），頁1700-1701。

參、《九章算法比類大全》之體例

由上述吳敬自序來看，《大全》之撰述，顯然擁有普及知識的關懷。我們不妨簡略考察本書之體例。本書共分十卷。在卷一之前，又有〈乘除開方起例〉一卷，他運用不少篇幅，論及大數、小數、度量衡的單位、乘除算法、整數四則運算，以及分數四則運算等問題，並給出一百二十個應用問題。緊接著，吳敬依名詞將算學單元例如大數、小數、量等分門別類，其體例大致如下：先在該名詞之下用小字註解，再運用詞詩說明其算法，最後，則引入幾個類題，其中詩詞的部分，則多引自《詳明算法》。

至於《大全》第一至第九卷之內容，則是按方田、粟米、衰分、少廣、商功、均輸、盈朒、方程和勾股等九章分卷，各卷內容則是對各該章應用問題的解法。全書共計解出一千三百二十九個應用題，散佈在『古問』、『比類』及『詩詞』三類之中。所謂『古問』，是指原《九章算術》中的問題，其來源應是楊輝的《詳解九章算法》；³⁰其次，『比類』是指類似於『古問』的應用問題，有關『比類』一詞應該是來自楊輝的用法，³¹不過，它也收錄《海島算經》的題目；最後，『詩詞』則是利用詩詞歌謠的形式來提問的應用問題。

《大全》最後一卷（卷十）專論開方，可以算是吳敬之創舉吧。本卷包括開平方、開立方、開高次冪、開帶從平方和開帶從立方，這一卷的問題，大多是前面幾章中某些問題之逆命題。還有，本卷並未使用『詩詞』來佈題。

在《大全》十卷中，最值得注意的，莫過於〈卷九〉。本卷一開始便給出了『勾股求弦法』、『勾弦求股法』以及『股弦求勾法』等三種基本『勾股算術』的法則。在這之後，則是『勾股弦圖』及『勾股生變十三名圖』、古問二十四問、比類二十九問，以及詞詩四十八問。我們將其內容大要列表如下：

單元	內容	來源
基本算法	勾股求弦法、勾股求股法、股弦求勾法	楊輝《詳解九章算法》 (1261) 頁 43-44
勾股弦圖		楊輝《詳解九章算法》頁 44
勾股生變十三名圖		楊輝《詳解九章算法》頁 45

³⁰ 在〈乘除開方起例〉卷開始，吳敬先介紹『九章名數』：「按魏劉徽曰：九章算經乃漢張蒼等刪補周公之遺書也。後周甄鸞作草，後唐李淳風重註，宋楊輝詳解以為黃帝之書。」由此，我們可確定吳敬是參考楊輝的《詳解九章算法》而完成本書。之後便是『習算之法』：「一要熟讀九數、二要誦歸除歌法、三要知加減定位、四要知度量衡；五要知 諸分母子、六要知長闊堆積；七要知盈朒隱互、八要知正負行列、九要知勾股弦數；十要知開方各色。」這一單元之順序，剛好與本書的十卷互相呼應。

³¹ 楊輝著有《田畝比類乘除捷法》，可以算是『比類』體例之先驅。他在該書自序中指出：「為田畝算法者，蓋萬物之體變段，終歸於田勢；諸題用術變析，皆歸於乘除。中山劉先生作《益古根源》序曰：『入則諸門，出則直田，蓋此義也。撰成直田演段百問，信知田體變化無窮，引用帶縱開方正負損益之法，前古之所未聞也。作術逾遠，罔究本源，非探蹟索隱，而莫能知之。輝擇可作關鍵題問者，重為詳悉，著述劉君垂訓之意。」引自靖玉樹 (1994)，頁 949。

古問	二十四問	楊輝《詳解九章算術》
比類	二十九問	朱世傑《算學啟蒙》，劉徽《海島算經》
詞詩	四十八問	

從上表可知，吳敬在本卷設問之前的基本算法、勾股弦圖及勾股生變十三名圖，與楊輝《詳解九章算法》的內容基本相同，數字也照錄，至於圖形方面也大致相仿。譬如說吧，在《詳解九章算法》勾股章，僅第 1-5、17、18 共七題沒有圖解，其餘的題目都附上『題圖』或『法圖』。而《大全》與前者的圖解情況完全相同，甚至補足了 18 題所缺的圖解（以及術文）。接著，「古問」所錄的二十四問，亦與《詳解九章算法》的問題相同，順序排列更與其後的「九章纂類」一致。如同書中其他各卷，吳敬在內容上並沒有轉述《詳解九章算法》所引述的劉徽、李淳風的注，而是以賈憲細草為藍本，³²同時，他對這些問題也做了不同程度的改寫，主要呈現在各題及答案之後的「法曰」之中。

肆、《九章算法比類大全》vs.《算學啟蒙》

爲了說明《算學啟蒙》與《大全》的異同及可能承傳，我們將以《大全》勾股卷『比類』第一問爲例。茲引述題問如下：

今有直田，勾弦和取二分之一、股弦和取九分之二，共得五十四步；又勾弦和取六分之一，減股弦和三分之二，餘有四十二步。問勾、股、弦各幾何？

本問與《算學啟蒙》卷下「方程正負門」第八問相同，本書之『術曰』爲：

前分母十八乘共步得九百七十二乃是九箇勾弦和四箇股弦和，又後分母乘餘數得七百五十六

依圖  布算  以右行三次異減同加左行，左中得股弦

和四十箇、左下得三千二百四十步。上法下實而一，得股弦和八十一。就以十二乘之得數，以減右下七百五十六，餘二百一十六。以三約之，得勾弦和七十二步也。

以股弦和乘而倍之，得一萬一千六百四為實乃弦和和、一為廉，平方開之得一百八步

即弦和和。副置上位，減股弦和即勾，下位減勾弦和即股。又勾弦和內減勾，餘即弦。

合問。

如利用現代數學符號『翻譯』上述方法，令 a 、 b 、 c 分別代表直角三角形中的勾、股、弦，則有：

³² 參考郭書春（1993）。

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(c+a) + \frac{2}{9}(c+b) = 54 \\ -\frac{1}{6}(c+a) + \frac{2}{3}(c+b) = 42 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9(c+a) + 4(c+b) = 972 \dots\dots\dots(1) \\ -3(c+a) + 12(c+b) = 756 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

以 (2) 式乘 3 加 (1) 式，得

$$\begin{aligned} 40(c+b) &= 3240 \\ \Rightarrow (c+b) &= 81 \\ \Rightarrow 12(c+b) - 756 &= 216 \\ \Rightarrow (c+a) &= \frac{216}{3} = 72 \end{aligned}$$

最後，朱世傑利用 $a+b+c = \sqrt{2(c+a)(c+b)}$ 一式，算得句、股、弦三數。

至於《大全》的『法曰』則如下：

列分母 $\frac{二分}{九分}$ 相乘 $\frac{得一}{十八}$ 以乘共 $\frac{五十四步得九}{百七十二步}$ ，乃是 $\frac{九個勾股和}{四個股弦和}$ 。又列後分母 $\frac{三分}{六分}$ 相乘 $\frac{得一十}{八分}$ 以

乘餘 $\frac{四十二步得七}{百五十六步}$ ，乃是 $\frac{三個勾弦和減十}{二個股弦和}$ 。如方程入之：

勾弦和三 $\frac{爲法}{三}$ 股弦和十二 $\frac{得一}{百八}$ 七百五十六 $\frac{得六千}{八百四}$

勾弦和九 $\frac{爲法}{九}$ 股弦和四 $\frac{得一}{十二}$ 九百七十二 $\frac{得二千九}{百一十六}$

乃并勾股弦和 $\frac{得一十}{二十}$ ，以 $\frac{三除得}{四十}$ 為法。併乘共步 $\frac{得九千七}{百二十}$ 以 $\frac{三除得二千}{二百四十}$ 為實，以法除實得

股弦和 $\frac{八十}{一步}$ 。就以 $\frac{十二}{二}$ 乘得 $\frac{九百七}{十二}$ ，以減右下 $\frac{七百五}{十六}$ ，餘 $\frac{二百一}{十六}$ 。以三除得勾弦和 $\frac{七十}{二步}$ 。

却以股弦和 $\frac{八十}{一步}$ 乘得 $\frac{五千八百}{三十二}$ ，倍得 $\frac{一萬一千六}{百六十四}$ 為實，開平方法除得 $\frac{一百}{八步}$ 。即 $\frac{勾股}{弦和}$ 副置上

位，以減股弦和 $\frac{八十}{一步}$ ，即勾 $\frac{二十}{七步}$ 。又下位 $\frac{一百}{八步}$ 減勾弦和 $\frac{七十}{二步}$ ，餘即股 $\frac{三十六}{六步}$ 。又勾弦和 $\frac{七十}{二步}$

減勾 $\frac{二十}{七步}$ ，即弦 $\frac{四十五}{五步}$ 合問³³

此即有如下算式：

³³ 引自吳敬 (1993)，頁 275-276。

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \frac{1}{2}(c+a) + \frac{2}{9}(c+b) = 54 \\ -\frac{1}{6}(c+a) + \frac{2}{3}(c+b) = 42 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} 9(c+a) + 4(c+b) = 972 \\ -3(c+a) + 12(c+b) = 756 \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} 27(c+a) + 12(c+b) = 2916 \\ -27(c+a) + 108(c+b) = 6804 \end{cases} \\ \Rightarrow & 120(c+b) = 9720 \\ \Rightarrow & \begin{cases} c+b = 81 \\ c+a = 72 \end{cases} \end{aligned}$$

最後，正如朱世傑一樣，吳敬也利用 $a+b+c = \sqrt{2(c+a)(c+b)}$ 一式，求出勾、股、弦。

對比來看，我們發現在刻本體例上，《大全》與《算學啓蒙》不大相同。在《算學啓蒙》中，朱世傑並未刻意用小字來書寫數字，而吳敬則在《大全》中，將數字的部分全使用小寫字體書寫。另外，在算法上，兩者的主要不同在於：首先，吳敬在『如方程入之』時，其聯立方程組中之係數與常數項都以數字表之，因此，蠻像是以筆算方式列方程，相對地，朱世傑則『如方程正負入之』，同時，利用籌算『依圖布籌』。其次，我們注意到在算式中的第三個步驟，在相消過程中，吳敬將欲消去的未知項 $(c+a)$ 係數，化成相同之後再作運算，這與朱世傑連消三次（亦即《九章算術》〈方程章〉的『直除』）不同。

另一方面，在同一類型的問題中，有別於朱世傑的『立天元一』解法，³⁴吳敬的《大全》則完全付諸闕如。例如說吧，《大全》卷九『比類』第二問：

今有直田，勾弦和取七分之四、股弦和取七分之六，二數相減，餘二十二步；又勾弦和取三分之一，不及股弦和八分之五欠一十四步，問勾、股、弦各幾何？

本問與《算學啓蒙》卷下「方程正負門」第九問幾乎一致，唯一的差別，僅在於吳敬『引述』時多補上一個『欠』字而已。有關解法，吳敬除了『如方程正負入之』之外，其餘概與第一問相同。不過，正如同第一問一樣，在方程術中，吳敬也無法表現『負項』，儘管他聲稱『如方程正負入之』。顯然，籌算有關負數記號的便利，似乎完全不入他的法眼。相對地，朱世傑針對本問之解法，則除了仍然『如方程正負入之』之外，主要的不同，是在導得『勾弦和』（五十六步）與『股弦和』（六十三步）之後，『立天元一為弦』，最後求得答案。

平心而論，朱世傑在本例中引進『天元術』，顯得有一點畫蛇添足，因為等價於算式 $a+b+c = \sqrt{2(c+a)(c+b)}$ 的事實之掌握，才是解題關鍵。³⁵不過，吳敬丟掉了籌算這一盆『洗澡水』，似乎連『嬰兒』（譬如『正負術』）也一起丟掉了。無論如何，我們由此多少可以觀察得到宋元算學到明代算學之間的過渡，在本例中，吳敬不需引述『天元

³⁴ 『天元術』亦見朱世傑《算學啓蒙》卷下〈開方釋鎖門〉，本門34問中，除了第1-7問之外，其餘都運用了『天元術』。

³⁵ 其實，朱世傑未嘗說明此一公式從何得來。吳敬當然也不例外。

術』，看起來相當合理，因為在解法上可以迴避。總之，儘管我們不能確定吳敬能否理解天元術或四元術，³⁶但是，《大全》已經沒有天元術或四元術的相關內容了。由此看來，後來的顧應祥無從理解『天元術』，或許多少也可以自圓其說了。³⁷

伍、結論

根據本文之論述，我們很難判斷吳敬是否看過《算學啓蒙》一書，特別地，吳敬究竟有沒有看到「天元術」，就是一個仍待回答的問題，至少在他的《大全》中，並沒有提到「天元術」或類似的方法。另外，我們從《算學啓蒙》與《大全》這兩個文本的分析比較中，可以發現兩者在算法及其程序的表達方式有所不同，其中與『天元術』連結的籌算制度，也同時在《大全》中消失，更是我們在探索明代數學何以沒落時，值得深入的重點之一。吳敬的相關算題之來源，不無可能出自朱世傑的《算學啓蒙》，或是他在宦遊中，從其他的算書中傳抄而來。無論如何，我們可以確定一個事實：朱世傑《算學啓蒙》中的部份算題在明代確有流傳，至於吳敬何以對於天元術缺乏興趣，則仍有待更進一步的研究。當然，如果吳敬所接觸的算題已經未載天元術之解法時，那又另當別論了。

參考文獻

- 王文珮 (2002).《楊輝算書探微：一個 HPM 的觀點》，台北：國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。
- 王文珮 (2006).〈《九章算法比類大全》與《詳解九章算法》〉(待定稿)。
- 王連發 (2002).《勾股算學家－明顧應祥及其著作研究》，台北：國立台灣師範大學數學研究所教學碩士論文。
- 吳智和 (1991).《明代的儒學教官》，台北：學生書局。
- 吳敬 (1993).《九章算法比類大全》，收入郭書春主編，《中國科學史料典籍通匯·數學卷》(二)(鄭州：河南教育出版社)，頁 5-333。
- 吳敬 (1994).《九章算法比類大全》，收入靖玉樹編勘，《中國歷代算學集成》(濟南：山東人民出版社，1994)，頁 1697-2036。
- 李兆華 (1995).《中國數學史》，台北：文津出版社。
- 李約瑟 (1975).《中國之科學與文明》第四冊(修訂一版)，台北：商務印書館。
- 李儼 (1955a).〈唐宋元明數學教育制度〉，收入李儼，《中算史論叢》第四集(北京：科學出版社)，頁 238-280。
- 李儼 (1955b).〈明代算學書志〉，收入李儼，《中算史論叢》第二集(北京：科學出版社)，頁 473-493。
- 李儼 (1955c).〈增修明代算學書志〉，收入李儼，《中國算學史論叢》(台北：正中書局)，頁 148-178。
- 李儼 (1958).《中國數學大綱》(下冊)，北京：科學出版社。
- 李儼、杜石然 (1976).《中國古代數學簡史》，香港：商務印書館。

³⁶ 在張久春的碩士論文中，也提及吳敬引述朱世傑《四元玉鑑》中的題目，參考張久春 (2001)，頁 31-32。

³⁷ 有關顧應祥，請參考王文發 (2002) 與徐梅芳 (2004)。

- 杜石然 (2003).《數學·歷史·社會》，瀋陽：遼寧教育出版社。
- 沙娜 (1993).〈楊輝《詳解九章算法纂類》研究〉，李迪主編，《數學史研究文集》第五輯，頁 38-41。
- 沈康身 (1987).〈增乘開方法源流〉，吳文俊主編，《秦九韶與《數書九章》》（北京：北京師範大學出版社），頁 398-427。
- 洪萬生 (2002).〈中日韓數學文化交流的歷史問題〉，王玉丰主編，《科技，醫療與社會研討會論文集》（高雄：高雄科學工藝博物館），頁 61-70。
- 洪萬生 (2006a).〈歷久彌新的珠算〉，收入洪萬生，《此零非比0：數學、文化、歷史與教育文集》（台北：商務印書館），頁 137-142。
- 洪萬生、林倉億、蘇惠玉、蘇俊鴻 (2006).《數之起源：中國數學史開章《算數書》》，台北：商務印書館。
- 洪萬生 (2006).〈數學與明代社會：1368-1607〉，提交『科技與中國社會』工作坊，台北：中央研究院歷史語言研究所，2006年9月7-8日。
- 徐梅芳 (2004).《顧應祥《測圓海鏡分類釋術》之分析》，台北：國立台灣師範大學數學研究所教學碩士論文。
- 梁宗巨 (1998).《數學歷史典故》，台北：九章出版社。
- 梅榮照 (1990).〈明清數學概論〉，梅榮照主編，《明清數學史論文集》（南京：江蘇教育出版社），頁 1-20。
- 梅榮照主編 (1990).《明清數學史論文集》，南京：江蘇教育出版社。
- 郭書春主編 (1993a).《中國科學史料典籍通匯·數學卷》（二），鄭州：河南教育出版社。
- 郭書春 (1993b).〈九章算法比類大全提要〉，收入郭書春主編，《中國科學史料典籍通匯·數學卷》（二）（鄭州：河南教育出版社），頁 1-3。
- 郭書春、劉鈍點校 (2001).《算經十書》，台北：九章出版社。
- 張九春 (2001).《《九章算法比類大全》的資料來源及其影響》，北京：中國科學院自然科學史研究所碩士論文。（承韓琦教授贈送，謹此致謝）
- 黃清揚 (2002).《中國 1368-1806 年間勾股術發展之研究》，台北：國立台灣師範大學數學研究所碩士論文。
- 楊國楨、陳支平著 (1999).《明史新編》，台北：昭明出版社。
- 靖玉樹編勘 (1994).《中國歷代算學集成》，濟南：山東人民出版社。
- 劉鈍 (1993).《大哉言數》，瀋陽：遼寧教育出版社。
- 錢寶琮 (1998a).《中國數學史》，收入《李儼、錢寶琮科學史全集》第五卷，瀋陽：遼寧教育出版社。
- 錢寶琮 (1998b).《錢寶琮論文集》，收入《李儼、錢寶琮科學史全集》第九卷，瀋陽：遼寧教育出版社。
- 錢寶琮 (1998c).〈金元之際數學之傳授〉，收入《錢寶琮論文集》（瀋陽：遼寧教育出版社），頁 337-347。
- 嚴敦傑 (1990).〈關於明初刊本的《通原算法》〉，梅榮照主編，《明清數學史論文集》（南京：江蘇教育出版社），頁 21-25。

- Benoit, Paul (1998). "The commercial arithmetic of Nicolas Chuquet", Cynthia Hay ed. *Mathematics from Manuscript to Print: 1300-1600* (Oxford: Clarendon Press), pp. 96-116.
- Biagioli, Mario (1989). "Social Status of Italian Mathematicians: 1450-1600", *History of Science* 27: 41-95.
- Franci, R. and L. Toti Rigatelli (1988). "Fourteenth-century Italian algebra", Cynthia Hay ed., *Mathematics from Manuscript to Print: 1300-1600* (Oxford: Clarendon Press), 11-29.
- Lee, Thomas H. C. (2000). *Education in Traditional China: A History*. Leiden / Boston / Koln: Brill.
- Martzloff, Jean-Claude (1997). *A History of Chinese Mathematics*. Berlin / Heidelberg / New York: Springer-Verlag.
- Needham, Joseph (1959). *Science and Civilisation in China* Vol. III. Cambridge: Cambridge University Press.
- Libbrecht, Ulrich (1973/2005). *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century*. Mineola, New York: Dover Publications, INC.
- Swetz, Frank J. (1989). *Capitalism & Arithmetic: The New Math of the 15th Century*. La Salle, Illinois: Open Court.

附錄 I：吳敬《九章算法比類大全》的參考資料

術文	《大全》出處	可能來源
合數九因須記熟，呼如下位算爲先；變其身數呼求十，從上因之十進前。	起例，因法	《詳明算法》
今有米二百七十八石六斗，難之假令...	起例，第 2 問	《詳明算法》
下乘之法此爲真，位數先將第二因；三四五來乘遍了，却將本位破其身。	起例，乘法	《詳明算法》
二歸爲九十二；三歸爲九十三；四歸爲九十四；五歸爲九十五；六歸爲九十六；七歸爲九十七、八歸爲九十八；九歸爲九十八。	起例，撞歸	《詳明算法》
九歸之法乃分平，湊數從來有成見；數若有多歸作十，歸如不盡搭添行。	起例，歸法	《詳明算法》；《算法全能集》
今有鈔二百六十五貫三百二十文，假令三人分之...	起例，第 7 問	《詳明算法》
惟有歸除法更奇，將身歸了次除之；有歸若是無除數，超一還將原數施。	起例，歸除	《詳明算法》；《算法全能集》
加法仍從下位先，如因位數或多焉；十居本位零居次，一外添餘法更玄。	起例，加法	《詳明算法》

今有羅二百四十六疋，每疋價鈔一百二十七貫五百文。問鈔幾何？	起例，第 13 問	《詳明算法》
今有秋糧正米四萬六千七百五十一石二斗，每石帶耗米七升。問正耗米幾何？	起例，第 14 問	《詳明算法》
減法須知先定位，得其身數始為真；法雖有一何曾用，身外除零妙入神。	起例，減法	《詳明算法》
數中有術號商除，商總分排兩位居；唯有開方須用此，續商不盡命其餘。	起例，商除	《詳明算法》
求一明數置兩停，二三折半四三因；五之以上二因見，去一除零要定身。	起例，求一除	《詳明算法》；《算法全能集》
數有參差不可齊，須憑約法命分之；法為分母實為子，不與差分一例推。	起例，約分	《詳明算法》
今有絲二百五十二分斤之一百四十四。問約之得幾何？	起例，第 53 問	《詳明算法》
古者量田較闊長，全憑繩尺以牽量，一形雖有一般法，惟有方田法易詳，若見喙斜并凹曲，直須裨補取其方，却將乘實為田積，二四除之畝法強。	起例，田畝	《詳明算法》；《算法全能集》
四十為疋五為端，或減還加二尺寬；端疋乘來方見尺，尺求端疋法除看。	起例，端疋	《詳明算法》；《算法全能集》
略	起例，斤秤	《詳明算法》
異乘同除法何知，物賣錢成作例推，先下原錢乘只物，却將原物法除之，將錢買物互乘取，百里千斤以類推，算者留心能善用，一絲一忽不差池。	起例，異乘同除	《詳明算法》
抽分法就物中抽，腳價乘他都物求，別用腳錢搭物價，以其為法要除周，除來便見腳之總，餘者皆為主合留，算者不須求別訣，只將此法記心頭。	起例，就物抽分	《詳明算法》
今有羅六十七丈五尺，於內抽一丈七尺五寸買顏色染紅羅六丈二尺五寸。問各該幾何？	起例，第 97 問	《詳明算法》
差分之法併來分，須要分數一分成；將此一分為之實，以乘和數自均平。	起例，差分	《詳明算法》
方倉長用闊相乘，惟有圓倉周自行，各再以高乘見積，圍圓十二一中分，尖堆法用三十六，倚壁須分十八停，	起例，盤量倉窖	《詳明算法》；《算法全能集》

內用聚時如九一，外用二十七分明，若還方窖兼圓窖，上下周方各自乘，乘了另將上乘下，併三爲一再乘深，如三而一爲方積，三十六兮圓積成，斛法却將除見數，一升一合數皆明。		
今有圓窖一所，上周一丈八尺，下周三丈深一丈二尺。問積米幾何？	起例，第 111 問	《詳明算法》
缶瓶堆塚要推詳，腳底先將闊減長，餘數折來添半箇，併歸長內闊乘相，再將闊搭一乘實，三以除之數便當，若筭平尖只添一，乘來折半法如常，三角果塚亦堪如，腳底先求箇數齊，一二添來乘兩遍，六而取一不差池，要知四角盤中困，添半仍添一箇隨，乘此數來以爲實，如三而一去除之。	起例，堆塚	《詳明算法》
今有酒瓶一塚，長一十三箇，闊八箇。問該幾何？	起例，第 112 問	《詳明算法》
今有四角果一塚，底腳三十六箇。問共積幾何？	起例，第 115 問	《詳明算法》
筭中有法築長城，上下將來折半平。高以乘之長又續，此爲城積甚分明。五因其積三而一，是壤求堅法並行。穿地四因爲壤積，法中仍用五歸成。	起例，修築	《詳明算法》；《算法全能集》
今有築臺一所上闊八尺長二丈下闊一丈八尺長三丈高一丈八尺問積幾何	起例，第 117 問	《詳明算法》
今有方田，桑生中央，從隅至桑一百四十七步。問田幾何？	方田，比類第 13 問	《五曹算經》
家有百文買百雞，五文推價不差池。草雞每箇三文足，小者一文三箇知。玄妙法，實幽微，乘除加減任公爲。要知三色該多少，特問明公甚法推。	粟米，詩詞第 29 問	《摘奇算法》
今有某縣輸粟一萬八百七十石八升，於上、中、下三鄉從上依折半差出之。又上鄉三等作九一折；中鄉三等作二八折；下鄉三等作三七折。上鄉三等五十六戶，中等七十四戶，下等九十八戶。中鄉上等八十二戶，中等一百二十戶，下等一百六十戶。下鄉上等	衰分，比類第 25 問	《算學啓蒙》卷中〈差分均配門〉第 10 問

九十二戶，中等一百七十二戶，下等一百八十戶。問三鄉九等人戶各粟幾何？		
今有官配米二百二十五石三斗六升，令五等人戶從上遍作二八出之。第一等四戶，第二等八戶，第三等一十五戶，第四等四十一戶，第五等一百二十戶。問逐等戶各幾何？	衰分，比類第 45 問	《詳明算法》；《算法全能集》
今有某州所管九等稅戶甲三百六十四戶、乙二百九十六戶、丙四百三十二戶、丁五百七戶、戊五百八十四戶、己六百七十六戶、庚八百五十戶、辛九百二十戶、壬一千六百八戶，合科米六萬五千六百六十四石。今作等數從甲起各差一石六斗出之。問每戶及逐等各幾何？	衰分，比類第 47 問	《算學啓蒙》卷中〈差分均配門〉第 9 問
今有官配米二百七十八石五斗，令三等人戶出之。上等二十戶，每戶多中等七斗。中等五十戶，每戶多下等五斗。下等一百一十戶。問逐等每戶各幾何？	衰分，比類第 49 問	《詳明算法》；《算法全能集》
今有馬軍七人，給腿裙絹二疋二丈；步軍六人，給胖襖四疋三丈二尺。今共有絹六千六百二十二疋四尺，欲給馬、步軍適等，問各幾何？	衰分，比類第 52 問	《算學啓蒙》卷上〈折變互換門〉第 14 問
今有糧一萬三千四百七十七石一斗，欲給軍食用，只云馬軍六人給糧五十三斗；水軍七人給糧五十四斗；步軍九人給糧五十五斗。其馬軍如水軍中半步，步軍如馬軍太半步。問三色軍并各給糧幾何？	衰分，比類第 53 問	《算學啓蒙》卷上〈折變互換門〉第 15 問
今有鈔一百貫，令三人分之，只云甲多乙五貫，丙得鈔如乙七分之五。問得鈔各幾何？	衰分，比類第 55 問	《詳明算法》
今有鈔一百貫，今三人分之，只云乙鈔如甲三分之二，丙少如甲二十八貫。問各幾何？	衰分，比類第 56 問	《詳明算法》
今有物不知總數，只云三數剩二，五；	衰分，比類第 80	《孫子算經》

數剩三，七數剩二。問總幾何？	問	
今有錢不知總，只云七數剩一，八數剩二，九數剩三。問總幾何？	衰分，比類第 81 問	《摘奇算法》
今有物不知總數，只云十一數剩三數，十二剩二數，十三剩一數。問總幾何？	衰分，比類第 82 問	《摘奇算法》
今有人借銀九十兩，月利二兩。今共還四千三百五十六兩，經三箇十二日。問本利幾何？	衰分，比類第 85 問	《算學啓蒙》卷上 〈庫務解稅門〉第 5 問
今有銅錢一百，三人分豁難完。乙不及甲五文錢，丙不及乙稍遠，然在七分之五，何須疊疊開言，煩公計筭莫教倫，甚法推之可見。	衰分，詩詞第 3 問	《摘奇算法》
三客共分百果，其中分數□荅，甲雖多丙二十八，乙數亦難及甲，當在三分之二，煩公用意詳察，果然筭得的無差，問公須用甚法？	衰分，詩詞第 4 問	《摘奇算法》
今有一文錢，放債作家緣，一日三倍息，一月幾文錢？	衰分，詩詞第 57 問	《摘奇算法》
今有築圍城一座，內周二十六里二百一十九步、厚三步半。除水門四座各闊四步、旱門四座各闊二步四尺。只從城外邊每二步二安乳頭三牧。問乳頭幾何？	商功，比類第 17 問	《算學啓蒙》卷中 〈商工修築門〉第 13 問
今有築筥尾堤，其堤從頭高上闊以次斬狹至尾。只云末廣少堤頭廣六尺、又少高一丈二尺、又少袤四丈八尺。甲縣二千三百七十五人、乙縣二千三百七十八人、丙縣五千二百四十七人，各人切程□積一尺九寸八分，一日役畢，三縣共築。今從尾與甲縣以次與乙丙。問筥尾堤從頭至尾高、袤、廣及各縣該給高、袤、廣各幾何？	商功，比類第 24 問	《緝古算經》
今有開渠長一千八百尺，上廣九尺、下廣七尺、深四尺。每人日自穿運一百四十四尺，令二百人開之。問積及幾日工畢？	商工，比類第 28 問	《算法全能集》
今有方窖一口，上方八尺、下方一丈	商工，比類第 42 問	《算法全能集》

二尺、深一丈二尺六寸。問積米幾何？	問	
今有方箭一束，外周四十四隻，問共幾何？	商工，比類第 61 問	《算學啓蒙》卷下〈堆積還源門〉第 3 問
今有果子一垛，上長四箇，廣二箇，下長八箇，高五箇。問積幾何？	商工，比類第 65 問	《詳解九章算法》
今有塩五千七百引，欲令大船一停、小船二停載之。只云大船三隻載五百引、小船四隻載三百引。問各船載幾何？	均輸，比類第 17 問	《算學啓蒙》卷上〈析變互差門〉第 13 問
今有顧車一輛，行道一千里，載重一千二百斤與鈔七貫五百文。今減重四百八十斤，行道一千七百里。問與鈔幾何？	均輸，比類第 18 問	《永樂大典》
今有顧車一輛，行道一千里，載重一千二百斤與鈔七貫五百文。今添重四百九十二斤與鈔六貫七百六十八文。問合行道幾何？	均輸，比類第 19 問	《詳明算法》；《算法全能集》
今有顧車一輛，行道一千里，載重一千二百斤。今與鈔七貫六百五十文，行道一千七百里。問合載重幾何？	均輸，比類第 20 問	《詳明算法》
今有顧車一輛，行道一千里，載重一千二百斤與鈔七貫五百文。今添三百六十斤，行道一千三百里。問與鈔幾何？	均輸，比類第 21 問	《詳明算法》
今有人分銀不知其數，只云人分四兩剩一十二兩；人分七兩少六十兩。問銀及人各幾何？	盈朒，比類第 1 問	《算學啓蒙》卷下〈盈不足術門〉第 5 問
今有人買馬不知其數，只云九人出七貫不足四貫七百；七人出八貫盈一十八貫二百。問馬價及人各幾何？	盈朒，比類第 2 問	《算學啓蒙》卷下〈盈不足術門〉第 1 問
今有羅四尺，綾五尺，絹六尺，值錢一貫二百一十九文。羅五尺，綾六尺，絹四尺，直錢一貫二百六十三文。問各尺價幾何？	方程，比類第 1 問	《算學啓蒙》卷下 19〈方程正負門〉第 1 問
今有紅錦四尺、青錦五尺、綠錦六尺，價皆過三百文。只云紅錦四尺價過青錦一尺、青錦五尺價過綠錦一尺、綠	方程，比類第 2 問	《算學啓蒙》卷下〈方程正負門〉第 6 問

錦六尺價過紅錦一尺。問三色各尺價幾何？		
今有甲、乙、丙持絲不知其數，甲云得乙絲強半、丙絲弱半滿一百四十八斤；乙云甲絲弱半、丙絲強半滿一百二十八斤；丙云得甲絲強半、乙絲弱半，得一百三十二斤。問甲、乙、丙各絲幾何？	方程，比類第 3 問	《算學啓蒙》卷下 〈方程正負門〉第 5 問
今有綾三尺、絹四尺，直鈔二貫八百文；又綾七尺、絹二尺，直鈔四貫二百六十文。問綾、絹尺價各幾何？	方程，比類第 10 問	《詳解九章算法》
今有壯軍一、弱軍二、老軍三，俱駕船一隻載米八十石至灘，皆不能過。若壯軍借弱軍一、弱軍借老軍一、老軍借壯軍一，俱過其灘。問各引力幾何？	方程，比類第 13 問	《丁巨算法》
今有直田，勾弦和取二分之一、股弦和取九分之二，共得五十四步；又勾弦和取六分之一，股弦和減股弦和三分之二，餘有四十二步。問勾、股、弦各幾何？	句股，比類第 1 問	《算學啓蒙》卷下 〈方程正負門〉第 7 問
今有直田，勾弦和取七分之四、股弦和取七分之六，二數相減餘二十二步；又股弦和取三分之一，不及勾弦和八分之五久一十四步。問勾、股、弦各幾何？	句股，比類第 2 問	《算學啓蒙》卷下 〈方程正負門〉第 8 問
今有臺，上方四丈、高四丈八尺，四隅袤斜五丈四尺四寸。問下方幾何？	句股，比類第 17 問	《詳解九章算法》
今有望深谷，偃矩岸上，令勾高六尺。從勾端望谷底，入下股九尺一寸。設重矩于上，其矩間相去三丈。更從勾端望谷底，入上股八尺五寸。問谷深幾何？	句股，比類第 23 問	《海島算經》
今有東南望波口立兩表，南、北相去九丈，以索薄地連之。當北表之西卻行去表六丈，薄地遙望波口南岸，入索北端四丈二寸。以望北岸，入前所望表裏一丈二尺。又卻行，後去表一	句股，比類第 24 問	《海島算經》

<p>十三丈五尺。薄地遙望波口南岸，與南表參合。問波口廣幾何？</p>		
<p>今有登山臨邑，邑在山南。偃矩山上，勾高三尺五寸，勾端與邑東南隅及東北隅參相直。從勾端遙望東北隅，入下股一丈二尺。又橫勾於入股之處，從勾端望西北隅，入橫勾五尺。東南隅，入下股一丈八尺。又設重矩於上，矩間相去四丈。更從立勾端望東南隅，入上股一丈七尺五寸。問邑廣縱各幾何？</p>	<p>句股，比類第 25 問</p>	<p>《海島算經》</p>
<p>今有海島高不知幾何，置立兩表於地，各高三丈，前後各參直，相去千步。從前退行一百二十三步，人目著地望島峰，與前表末齊平。從後表卻行百二十七步，人目著地取望島峰，亦與表末參合。問島高及去表各幾何？</p>	<p>句股，比類第 26 問</p>	<p>《海島算經》</p>
<p>今有望松生山上，不知高下。立兩表齊，高二丈，前後相去五十步，令後表與前表參相直。從前表卻行七步四尺，人目薄地，遙望松末，與表端參合。又望松本，入表二尺八寸。復後表八步五尺，薄地遙望松末，亦與表端參合。問松高及山去表各幾何？</p>	<p>句股，比類第 29 問</p>	<p>《海島算經》</p>
<p>今有直田一十九畝六分，只云長取強半、平取弱半、和取中半、較取大半為共不及二長二步少半步，問長平各幾何？</p>	<p>開方，帶縱開平方 法第 7 問</p>	<p>《算學啓蒙》卷下 〈開方釋鎖門〉第 16 問</p>
<p>今有方箭積一百四十四隻，問外周幾何？</p>	<p>開方，帶縱開平方 法第 12 問</p>	<p>《算學啓蒙》卷下 〈堆積還源門〉第 10 問</p>
<p>今有直田九畝八分，只云長取八分之五，平取三分之二，相併得六十三步，問長平各幾何？</p>	<p>開方（帶從負隅減 從開平方），第 26 問</p>	<p>《算學啓蒙》卷下 〈開方釋鎖門〉第 14 問</p>