

略論《考工記》裡的角度¹

關增建

(鄭州大學文博學院)

《考工記》裡的角度概念，近年來頗引起一些學者的重視，筆者對之也有所思考，這裡謹就其中一些問題討論如下。

關鍵詞：《考工記》 角度概念 計量史

一·抽象角度概念

在中國古代科技術語中，沒有現代所用的角度這個詞。沒有「角度」這個詞；不等於沒有角度概念。古人在生產和生活中，不可能不接觸到角度，從而自然就會產生角度概念。一開始，人們談論的首先是一些特定的角，例如直角、十二個地平方位角，等等。那麼，古人在其生產活動中，是否產生了抽象的任意角的概念？如果產生了，他們是否找到了表示這種概念的術語了呢？答案是肯定的，就在《考工記》中。茲引證如下：

《考工記·冶氏》：“戈……倨句外博，重三鏘；戟……倨句中矩，與刺重三鏘。”

《考工記·鮑人之事》：“皋鼓……倨句磬折。”

《考工記·磬氏為磬》：“磬氏為磬，倨句一矩有半。”

《考工記·車人為耒》：“車人為耒，……倨句磬折。”

由這些引文可知，《考工記》是用「倨句」這個詞來表示所論對象相應的角度的。即是說，在《考工記》中，「倨句」這個詞就象英文中的「Angle」一樣，是用來表示抽象的角的概念的。這一用法還影響到其他中國古籍之中，例如《大戴禮記·勸學》即曾提到：「夫水者，……其流行庫下倨句，皆循其理。」這裡提到的「倨句」，和《考工記》一樣，都是表示某種角度概念。

二·規矩以起度

《考工記》中最常用的特定角度是矩和磬折。矩相當於現在所謂的直角，磬折是通過對矩實施幾何操作而得以實現的。《考工記·車人之事》規定了具體的操作程序：

車人之事，半矩謂之宣，一宣有半謂之檣，一有半謂之柯，一柯有半謂之磬折。

這裡檣、柯、磬折就是通過對矩實施幾何操作而得到的一個角度體系。若用現行分度法表示，則其具體數值為：

$$\text{矩} = 90^\circ$$

$$\text{宣} = 1/2 \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\text{檣} = 45^\circ + 1/2 \times 45^\circ = 67^\circ 30'$$

¹ 本文系日本“財團法人松下國際財團”人文社會科學研資助項目的一部分。

$$\begin{aligned} \text{柯} &= 67^{\circ}30' + 1/2 \times 67^{\circ}30' = 101^{\circ}15' \\ \text{磬折} &= 101^{\circ}15' + 1/2 \times 101^{\circ}15' = 151^{\circ}52'30'' \end{aligned}$$

對於《考工記》規定的這套角度體系，歷代注疏頗多錯誤。從東漢鄭玄起，人們就認為這套概念表示的是長度²。直到清朝中葉，江南學者程瑤田研究《考工記》，才明確肯定矩、宣、欂、柯、磬折是一套角度定義，並肯定這套角度是由矩而生的³，這是他的獨具慧眼之處。

那麼，《考工記》為什麼要制訂這樣一套角度呢？筆者認為，這主要是為了讓工匠們在製器具時，能快捷準確地求得“磬折”。這一特定角度。在《考工記》不長的篇幅中，磬折一詞作為技術規範即出現四次。鄭玄注孔穎達疏，提及磬折的次數就更多。磬折作為一個特定的角度，在社會生活中也有所應用，例如《禮記·曲禮下》就規定，凡捧執君主之器，要求「立則磬折垂佩」，即是說，站在那裡要保持鞠躬姿勢，鞠躬程度要大致符合磬折這一特定角度，這樣，身上佩帶的玉佩自然也就懸垂身前了。由此可見，在《考工記》及古代社會生活中，磬折作為特定的技術規範，是得到一定程度的應用的。

既然如此，就有必要找到一種快捷的方法，能準確將磬折這一角度複現出來。由於古人沒有用數字表示角度的習慣，《考工記》創造性地找到了「以矩生度」的方法：以矩作為起始角度，通過對它的平分得到一個新的角度宣，宣再加上它的平分角又得一個新角度欂，對欂進行同樣的操作而得柯，由柯進一步得磬折。在整個過程中，只需重覆進行平分、相加這樣的簡單操作步驟即可。對於工匠來說，採用這種分合起度法，他們可以很方便地隨時隨地複現出磬折這一特定角度來。因此，在這套體系中，矩和磬折最為重要，宣、欂、柯，起過渡作用，通過它們得出磬折來。這套角度體系的特是構造性的，每個特定角均可通過對矩實施幾何操作而得以實現。

為了滿足實用上的需求，除了矩、宣、欂、柯、磬折這套角度體系之外，《考工記》還採用了「以規生度」的方法，制訂出其他一些角度規範來。例如，《考工記·弓人為弓》條，就針對弓的制作過一具體事件規定說：

為天子之弓，合九而成規；為諸侯之弓，合七而成規；大夫之弓，合五而成規；士之弓，合三而成規。

規為圓，圓心角為 360° ，「合九而成規」，則意味看「天子之弓」的弓背曲率為 40° 同樣「諸侯之弓」為 51.4° ，「大夫之弓」為 72° ，「士之弓」為 120° 。類似的例子在《筑氏為削》條例也有：

筑氏為削，長尺博寸，合六而成規。

這是把六把削拼合起來正好組成一個圓，因此每把削的曲率應為 60° 。只有滿足這一條件的削才是符合要求的。

《考工記》通過對規和矩實施幾何操作得到一些特定角度的作法符合古人習慣。在

² 參見阮元匯刻《十三經注疏·考工記》，中華書局，1979年影印

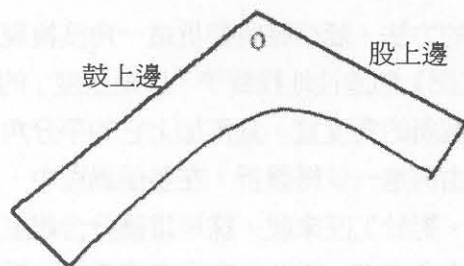
³ 程瑤田，《考工創物小記》，《皇清經解》卷五百三十九。

古代中國，規和矩是古人施行幾何操作的基本工具，正如《漢書·律曆志》所云，「規者，所以規圓器械，令得其類也；矩者，所以矩方器械，令不失其形也。」規圓矩方，是規和矩的基本功能，也是最基本的幾何操作。通過規和矩，很容易作出圓和方（直角）來。對圓和方按規定施行幾何操作，就可以得到所需要的角度。古人沒有圓心角概念，要表示出一些特定的角度，只好通過對規和矩實施幾何操作而得以實現，這就是中國古代這套實用角度體系的由來。

三．侶句磬折之辨

在《考工記》中，矩、宣、欂、柯、磬折為一套角度，這已成為學術界的共識，但也存在一些問題，其中最主要的是所謂「侶句磬折」矛盾。《考工記·磬氏為磬》條明文規定：「磬氏為磬，侶句一矩有半。」這裡的侶句：是指磬的鼓上邊與股上邊的夾角，如下圖所示。依據上節所言「以矩生度」的規律，則該角應為

$$90^{\circ} + 1/2 \times 90^{\circ} = 135^{\circ},$$



磬的結構示意圖

而依《車人之事》條中「一柯有半謂之磬折」的規定，則該角應為 $151^{\circ}52'30''$ ，這兩者顯然不一致。此即所謂的「侶句磬折」矛盾。

對於這一矛盾，清儒程瑤田、數學史前輩錢寶琮、今人聞人軍、戴吾三等，均曾予以探討⁴。眾說紛紜，仁智齊呈，然迄今未得善解。特別是清華大學戴吾三創造性地提出了「以矩起度」之說，認為程瑤田所謂「侶句度法生於矩」的本意是指矩為曲尺，利用曲尺兩邊上的數值作弦，可得一套角度，是為「以矩起度」。戴吾三並循這一思路，對矩、宣、欂、柯、磬折的角度值做了具體推演，得出了「磬折」角度值為 148° 這一新的結論⁵。其立論之新穎，構思之巧妙，令人稱絕。但仔細推敲，新的結論並未將「侶句一矩有半」與「一柯有半謂之磬折」的矛盾消弭掉，因為「一矩有半」為 135° ，而按「以矩起度」所得「磬折」值為 148° ，二者仍有較大偏差。

筆者認為，所謂的「侶句磬折」矛盾只是後人的誤解，這一矛盾在《考工記》中並不存在。論者往往囿於「磬折」這一名稱，就先驗地認為它一定是編磬所要求的角度。實際上，正如欂、柯本義指斧柄，但在《車人之事》條中，它們只表示角度，而與斧柄毫無關係一樣，「磬折」也不是磬匠製時所要遵循的技術規範。中國古代習慣於用特定的名

⁴ 錢寶琮，《中國數學史》科學出版社 1964 年，15 頁，聞人軍，「磬折」的起源與演變，《杭州大學學報》，1986 年 2 期。

⁵ 戴吾三，《考工記》“磬折”考辨，《科學史通訊》（台灣）第十七期，1998 年 6 月。

稱表示特定的角度，古人用矩表示直角、用十二地支表示十二個地平方位角，就是一個例證。也許《考工記》作者覺得磬的鼓上邊與股上邊的夾角與他們所要表示的這個「一柯有半」的新角度大小差不多，於是就借用了「磬折」這一名稱。但是為了避免拾磬匠們造成麻煩，於是又專門規定，「磬氏為磬，倨句一矩有半」，以此作為製時所要遵循的技術規範，基本上都可以迎刃而解。

結論：《考工記》中已經有了表示抽象的角的概念的專有名詞，有了一些用作技術規範的特定角度。這些角度是通過對規或矩進行幾何操作而得以實現的，是被構造出來的。傳統所謂的「磬氏為磬」矛盾是不存在的。