韓國數學家南秉吉
對「角」的概念與「相似形」的理解

英家銘
（國立台灣師範大學數學系、李約瑟研究所，本會會員）

摘要　本文討論韓國朝鮮王朝後期數學家南秉吉 (Nam Pyŏng-Gil, 1820-1869) 對歐氏幾何中「角」與「相似形」概念的理解。韓國數學受中國數學影響甚鉅，而中國古代可能並無相當於西方幾何學中「角」的概念；關於測量的計算，也僅比較線段長度，而不討論兩圖形的「相似」。「角」與「相似形」的概念，隨著《幾何原本》前六卷 (1607) 的翻譯進入中國，並在明、清兩代傳入朝鮮王朝的數學、天文學著作中，進入韓國。

本文中主要引用南秉吉所著之《測量圖解》(1858) 與《九章術解》(1864) 來說明他的理解。從本文舉的例子中，我們可以看出，受到西方數學影響的南秉吉，對於「角」的概念，大致上來說與西方幾何中的「角」意義相同，僅有一例，是他用「角」稱呼頂點，除此之外，他對「角」的理解，就是指兩條線段之間所撐開的空間。關於「相似形」的理解，對三角形而言，各種不同方向的相似三角形，都出現在他的論證中，也至少有一例可說明，他知道兩三角形對應角相等則兩三角形相似。不過，若是觸及四邊以上的多邊形，在南秉吉的論證中，有一例可看出，他認為「對應角相等兩四邊形即相似」。南秉吉可能是將三角形的論證方式類比到其他的多邊形中，以致於產生論證的瑕疵。

由上面也可以映證一個韓國與中國的相同之處，就是在 18 至 19 世紀，強調嚴格演繹邏輯的論證方式，沒有成為數學家寫作數學文本的重要依據。南秉吉所關心的，或許是類比性的思考，以及用快速、簡潔或直覺的手法解決問題。

關鍵詞：韓國數學、南秉吉、角、相似形、歐氏幾何

一、前言

在數學史與科學史的研究範疇中，一個常被探討的議題是，在西學傳入東亞的過程中，東亞各國的學者如何學習原本在東方沒有，或是不清楚的概念？筆者在這篇論文裡，也是試圖要鎖定某些概念，來呈現韓國數學家學習西方數學的過程的部分圖像。

韓國數學，在 17 世紀之前，幾乎完全仰賴從中國的輸入。沒有證據顯示 16 世紀以前韓國曾出現獨立的數學著作。[1]17 世紀起，西學透過中國傳入韓國之後，由韓國學者

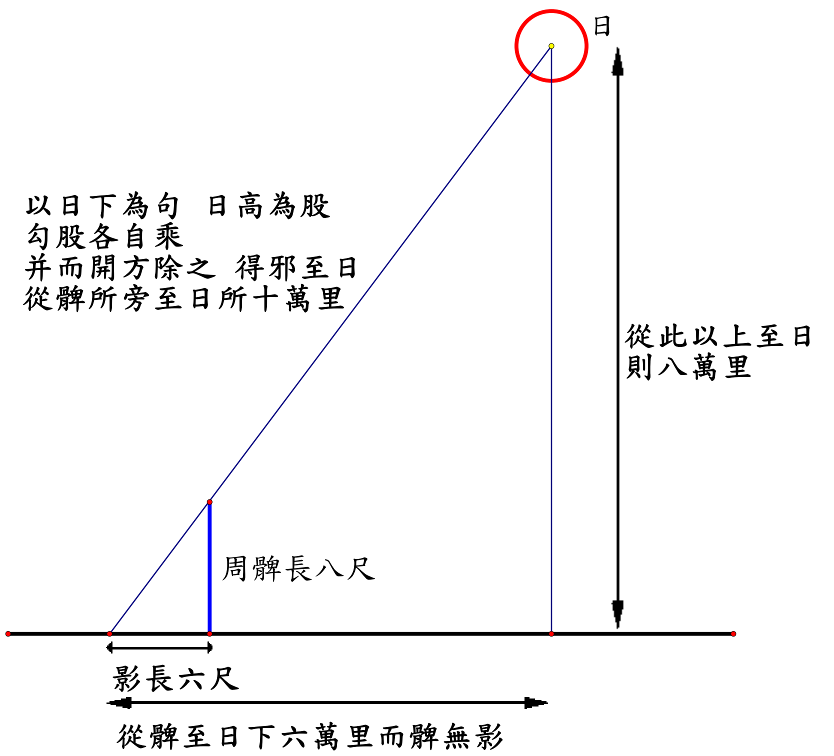
英家銘，台師大數學所博士候選人，現在英國劍橋李約瑟研究所 (The Needham Research Institute) 訪問研究。

撰寫的數學著作也開始出現，並流傳到今日。留存至今的文本大多成於 19 世紀初葉至中葉。本篇報告所研究的數學家南秉吉 (Nam Pyŏng-Gil, 1820-1869)，是朝鮮王朝 (1392-1910) 後期的數學家中，頗爲多產的一位，寫下了至少六部數學專著，後人也可藉由這些文本來瞭解，當時的韓國數學家對西方數學理解的程度。

在西方從歐幾里得以來的數學傳統中，歐洲數學家所說的「角」，是一個在東亞古代數學內容裡，不容易找到對應的概念。而在歐氏幾何中，對「角」的使用多見於與「相似形」有關的論證中。所以，筆者希望從南秉吉的著作中，找尋與「角」以及「相似形」有關的問題，來看看處於西方數學傳入韓國兩世紀之後的南秉吉，對上述兩概念的掌握。

二、中國古代的測量問題與「角」的概念

中國古代數學中，並沒有明確的「相似形」概念。即使是以現代人的角度來說，最有可能應用到相似形的測量問題中，也經常是只有線段長度的比較，而非兩三角形的比較。例如，古克禮 (Christopher Cullen) 認爲，《周髀算經》在測量天體的高度或距離時，並未比較兩三角形。[2]在《周髀算經》陳子與榮方的對話中，曾有一段測量太陽至地面高度的示範，其中周髀的長度爲八尺，影長六尺，而從周髀到太陽的正下方的地面距離是六萬里，於是陳子推得從太陽正下方地面到太陽的距離爲八萬里，最後，由「句股定理」知道，從周髀到太陽的直線距離爲十萬里。[3]圖一爲這個過程的示意圖，在這個過程中，完全沒有提到兩個「三角形」或「句股形」的比較。



圖一

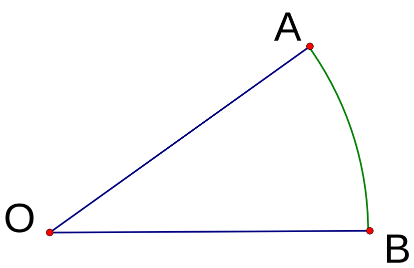
[1] Jun, Yong Hoon, "Mathematics in context: A case study in early nineteen-century Korea", *Science in Context*, 2006, no. 19, p477.

[2] Cullen, Christopher, *Astronomy and Mathematics in Ancient China: The Zhou Bi Suan Jing*. Cambridge University Press (Cambridge), 1996, pp. 77-80.

[3] 郭書春、劉鈍點校，《算經十書》，九章出版社（台北），2001 年，頁 38-39。

另外，在《九章算術》中，原有的術文只提句股形，而不見相似形的概念。[4]再者，郭書春認爲，在《九章算術》的劉徽注中，他是用出入相補原理解「句中容方」等問題。並且，吳文俊也同意，劉徽是用出入相補原理證明了《海島算經》中各個測望重差問題的解法。[5]所以，我們可以知道，在不晚於東漢的這兩本古算經中，測量問題的解決都不是使用相似形來論證。

至於「角」的概念，李國偉在他的論文中，引用了錢寶琮、關增建、黃一農、劉君燦等人的研究，認爲中國古代未發展出類似西方幾何學的角度概念。[6]李國偉自己則認爲，中國古代對角度的認識，可用下圖二做模擬說明，其中 AOB 是圓心角，AB 是圓弧，中國古代天文學所看到的角基本上是 AB 這段圓弧的「度」，而西方數學所重視的是 BO 掃到 AO 所撐開的空間。[7]



圖二

綜上所述，我們知道中國古代可能不去考慮兩三角形相似，並且對於角度的認識也與歐幾里得傳統是不同的。

三、西方的「角」與「相似形」傳入東亞

《幾何原本》在 17 世紀初傳入中國。明末徐光啓 (1562-1633) 與義大利來華傳教士利瑪竇 (Matteo Ricci, 1552-1610) 於 1607 年首先譯出《幾何原本》前六卷在北京刊行。[8]關於比例與相似形的理論，則正好出現在《幾何原本》的第六卷。本卷的界說（現代人稱爲「定義」）第一則，就是：「凡形相當之角等，而各角旁兩線之比例俱等，為相似之形」。[9]中國數學家由此開始接觸到西方數學的相似形理論，並且，《幾何原本》所用的詞彙，與現代人所使用的相同，都叫「相似形」。

然而，在南秉吉的著作中，他以「同式形」稱呼現代人所說的「相似形」。由於朝鮮王朝中後期的韓國數學家，乃是透過中國人的著作來學習西方數學，所以筆者嘗試查考明末至清中葉的數學或天文著作，看看這個詞彙的使用何時產生改變。

根據筆者的查考，在明、清兩代的數學、天文學著作中，使用「相似形」一詞（與

[4] 郭書春，《古代世界數學泰斗劉徽》，九章出版社（台北），1995 年，頁 185-198。
[5] 郭書春，《古代世界數學泰斗劉徽》，頁 200。
[6] 李國偉，〈中國古代對角度的認識〉，收入李迪主編，《數學史研究文集第二輯》，內蒙古大學出版社、九章出版社（呼和浩特、台北），1991，頁 6。
[7] 李國偉，〈中國古代對角度的認識〉，頁 12-13。
[8] 王渝生，〈幾何原本提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第五分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1145。
[9] 徐光啓、利瑪竇譯《幾何原本》〈第六卷〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第五分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1261。

現代中文的用法相同）的有：徐光啓、利瑪竇譯《幾何原本》(1607)；利瑪竇、李之藻(1565-1630)著《乾坤體義》(1615)；[10]徐光啓等編纂，湯若望 (Johann Adam Schall von Bell, 1591-1666) 等重訂之《西洋新法曆書》(1645) 等。[11]至於用「同式形」稱呼現代人所稱相似形的著作，則有：康熙、何國宗 (16??-17??)、梅瑴成 (1681-1763) 等編著《御製曆象考成》(1722)；[12]康熙等編著《御製數理精蘊》(1723)；[13]戴進賢 (Ignatius Koegler, 1680-1746)、徐懋德 (Andreas Pereira, 1690-1743) 等編著《御製曆象考成後編》(1742)；[14]以及戴進賢等所編著《欽定儀象考成》(1752) 等等。[15]

由上述文本的分佈，可見原本在西洋傳教士的著譯作中被譯爲「相似形」的語詞，到 18 世紀上半葉，康、雍、乾三朝一連串欽定、御製的天文曆算書籍中，被改稱爲「同式形」，成爲官方標準用語。這些御製書籍大多傳入了朝鮮（例如《御製曆象考成》、《御製數理精蘊》)，在數學家與曆算官僚間廣爲流傳。[16]所以，本文所討論的南秉吉，也是使用「同式形」這個名詞。

四、南秉吉對「角」的使用以及對「相似形」的理解

西方數學在 17 世紀起傳入韓國，但影響韓國數學最大的著作，應該是康熙的《御製數理精蘊》。在 1729 年時這本書傳入韓國，後來成爲 18 至 19 世紀在韓國最具影響力的數學著作。[17]南秉吉的著作，也處處可見《御製數理精蘊》的痕跡。接下來，筆者要

[10] 石雲里，〈乾坤體義提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 283。
利瑪竇、李之藻《乾坤體義》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 287-337。

[11] 潘鼐，〈西洋新法曆書提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 643。
徐光啓等編纂，湯若望等重訂《西洋新法曆書》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 287-337。

[12] 石雲里，〈曆象考成提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 459。
康熙、何國宗、梅瑴成等《御製曆象考成》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 463-957。

[13] 康熙御制，《數理精蘊》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第三分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年。

[14] 石雲里，〈曆象考成後編提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 959。
戴進賢、徐懋德等《御製曆象考成後編》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 965-1338。

[15] 伊世同，〈儀象考成提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1339。
戴進賢等《欽定儀象考成》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1343-1576。

[16] 石雲里，〈曆象考成提要〉，頁 462。
韓琦，〈數理精蘊提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第三分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 8。

[17] Oh, Young Sook, "*Suri chõngon pohae* (數理精蘊補解): An 18th Century Korean Supplement to *Shuli jingyun* (數理精蘊)". In W. S. Horng, Y. C. Lin, T. C. Ning & T. Y. Tso (Eds.), *Proceedings of Asia-Pacific HPM 2004 Conference*, National Taichung Teachers College (Taichung), 2004.

從南氏的著作中探討他對「角」與「相似形」的理解。

南秉吉，亦名相吉，字元裳，號六一齋、晩香齋，宜寧人士。南秉吉出身於協助朝鮮國王治理國家的貴族「兩班」階級，1848 年文科及第之後，仕途可謂順遂，1860 年升任觀象監提調嘉義大夫前吏曹參判同知成均館事（天文台長、吏部「副部長」、國立大學副校長，從二品），1861 年任刑曹判書（刑部「部長」，正二品），1862 年更成爲朝鮮國王之下最高權力機構「議政府」的左參贊（正二品）。[18]

南秉吉雖貴爲兩班階級士大夫，但除了從政任官之外，對本屬於「中人」階級所學習的算學亦有極大的興趣。南秉吉的算學著作之一《測量圖解》(1858)，是他對中國古代經典算書中測望類問題所做的評論。[19]因爲其內容主要爲測量，所以用到了不少與相似形有關的論證，可以讓我們來檢驗他對「角」與「相似形」的理解。在南秉吉的其他著作中，較少涉及這個主題，只有《九章術解》(1864)、《劉式勾股述要圖解》(186?) 與《算學正義》(1867) 中有少數問題與之有關，且算學正義中的相關題目其實都與《測量圖解》重複。[20]所以在本文中，筆者主要是以《測量圖解》中的問題爲例，在輔以其他著作中的內容，來討論南氏對「角」與相似形的理解。

在此筆者先簡單介紹《測量圖解》的內容。本書正文分爲三部分，第一部份爲〈九章重差〉，共有 8 題，題目節錄自《九章算術》卷九句股章第 17 問至第 24 問；第二部分爲〈海島算經〉，共有 9 題，即中國算書《海島算經》中的 9 題；第三部分爲〈數書九章測望類〉，共有 9 題，問題取自秦九韶《數書九章》內〈測望類〉的題目。[21]全書體例大致相同，先是古算經的問題與術文，在〈九章重差〉的術文後附有劉徽注，〈海島算經〉術文後附有李淳風注。在全本的每一題術文與古人註解之後，則是南氏自己的「圖解曰」，也就是南秉吉利用圖形來做的解釋。

以下筆者會舉出數個南氏著作中的例子，來闡述南秉吉對「角」的概念與「相似形」的理解。下面三題僅引出問題原文，再加上南秉吉的附圖，以及用現代符號寫出的同式形論證過程。其餘的解題過程則省略。

例一：《測量圖解》〈九章重差〉第 1 題。[22]

今有邑方二百步，各中開門，出東門十五步有木，問出南門幾步而見木？

[18] 南秉吉的從政經歷，可參閱朝鮮王朝的《憲宗大王實錄》與《哲宗大王實錄》，本段則轉引自：張復凱，《從南秉吉 (1820-1869) 《緝古演段》看東算史上天元術與借根方之「對話」》，國立台灣師範大學數學系碩士論文（台北），2005。

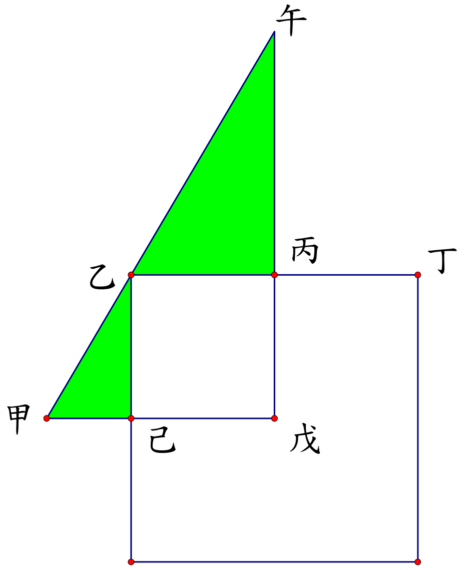
[19] 南秉吉，《測量圖解》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第五卷，驪江出版社（首爾），1985 年，頁 367-482。

[20] 南秉吉，《劉式勾股述要圖解》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第六卷，驪江出版社（首爾），1985 年，頁 3-189。
南秉吉，《九章術解》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第六卷，驪江出版社（首爾），1985 年，頁 253-496。
南秉吉，《算學正義》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第七卷，驪江出版社（首爾），1985 年。

[21] 郭守德，《朝鮮算學家・南秉吉《測量圖解》初探》，國立台灣師範大學數學系碩士論文（台北），2007 年，頁 16、23、29。

[22] 南秉吉，《測量圖解》，頁 371-373。

答曰：六百六十六步太半步。



圖三

如圖三，南秉吉的解法，以現代符號表示，可寫成：

Δ乙己甲～Δ午丙乙【南秉吉未論證其原因】，

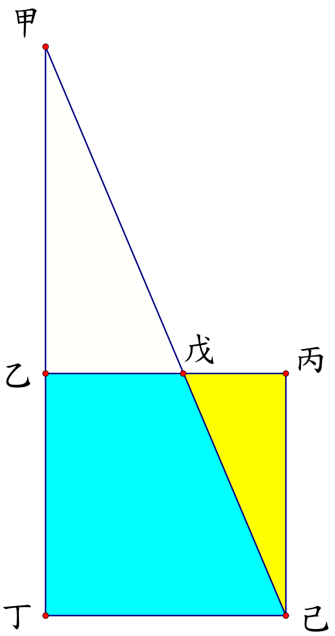
得到 甲己：乙己 ＝ 乙丙：午丙，

所以 午丙 ＝（乙己 × 乙丙）/ 甲己。

例二：《測量圖解》〈九章重差〉第 6 題。[23]

有木去人不知遠近，立四表相去各一丈，令左表與所望相參直，從後右表望之，入前右表三寸，問木去人幾何？

答曰：三十三丈三尺三寸少半寸。



圖四

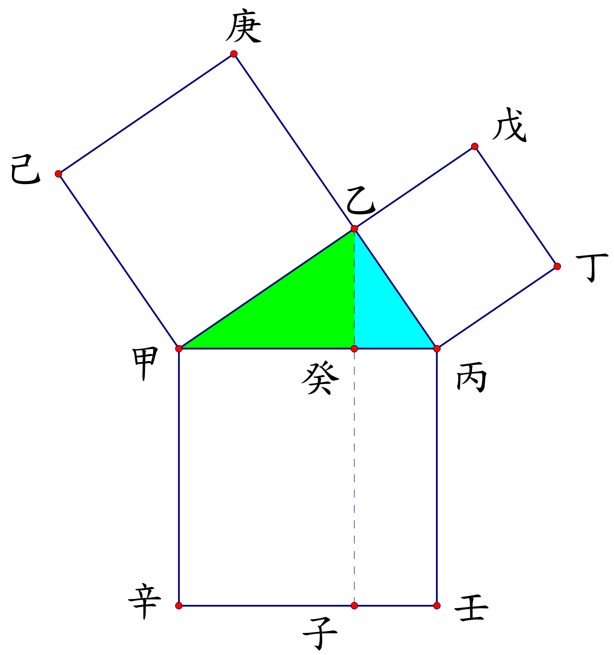
[23] 南秉吉，《測量圖解》，頁 382-383。

如圖四，南秉吉的解法，以現代符號表示，可寫成：

Δ 戊丙己～Δ 甲丁己【南秉吉未論證其原因】，

得到 戊丙：丙己 ＝ 己丁：甲丁。

例三：《九章術解》卷九勾股術（畢氏定理）證明。[24]



圖五

如圖五，南秉吉的解法，以現代符號表示，可寫成：

Δ 甲乙丙～Δ 乙丙癸　　Δ 甲乙丙～Δ 甲癸乙

得到 乙丙：癸丙 ＝ 甲丙：乙丙　　得到 甲乙：甲癸 ＝ 甲丙：甲乙

因此 乙丙 × 乙丙 ＝ 癸丙 × 甲丙　　因此 甲乙 × 甲乙 ＝ 甲癸 × 甲丙

所以 甲乙^2 ＋ 乙丙^2 ＝ 甲癸 × 甲丙 ＋ 癸丙 × 甲丙

＝ （甲癸 ＋ 癸丙）× 甲丙 ＝ 甲丙 × 甲丙 ＝ 甲丙^2。

從以上三題，我們可以看出，南秉吉對於各種不同方向 (orientation) 的勾股形，都能看出它們「同式」，並以之論證。然而，在《測量圖解》全書，南秉吉的圖解中，雖然大多有使用「同式形」來做論證，但幾乎沒有解釋爲何兩三角形爲同式。《測量圖解》中僅有兩題有用到「角」這個字來解釋爲何兩形同式。這裡先介紹其中一題，我在此只引出題目、答案與南氏關於同式形的論證，至於後續的代數解題過程則省略。南氏的附圖如圖六。

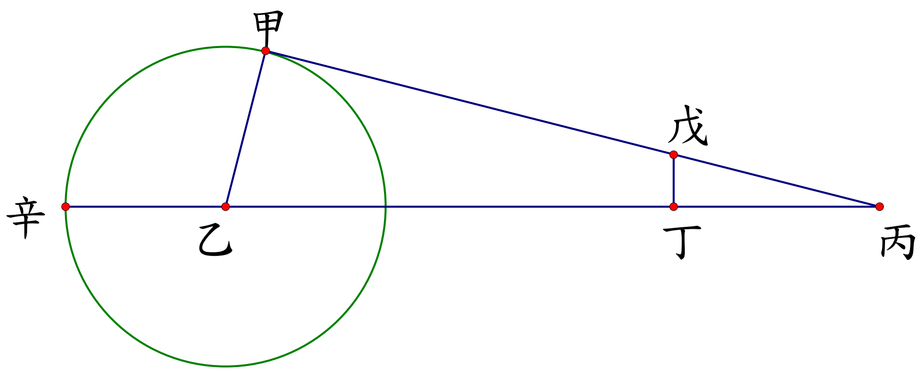
例四：《測量圖解》〈數書九章測望類〉第 6 題。[25]

問敵臨河為圓營，不知大小。自河南岸至某地七里，於其地立兩表，相去二

[24] 南秉吉，《九章術解》，頁 476。
[25] 南秉吉，《測量圖解》，頁 459-470。

步，其西表與敵營南北相直。人退西表一十二步，遙望東表，適與敵營圓邊參合，圓法用密率，里法三百六十步欲知其營周及徑各幾何？

答曰：營周六里一百二步七分步之六，徑二里。



圖六

南秉吉圖解中使用到「角」做論證的部分如下。

圖解曰：...其丙丁戊、丙甲乙為同式勾股形也。何者，丙甲乙形之丙甲線切於圓邊，則為甲乙半徑線之切線，其甲角必為直角而成勾股形，且丙丁戊形之丁角亦為直角，而與丙甲乙形共用一丙角，其餘一角必等，而為同式形矣。

可見，南秉吉所認知的角，絕不是類似中國古代圓上的弧長，而且也與角兩邊的大小無關，因爲兩三角形的大小有差距，所以南氏心中「角」的大小，與兩邊長無關。至於同式形的論證，他先說明三角形丙甲乙中的甲角，與三角形丙丁戊中的丁角皆爲直角，再由兩者共用丙角，推得第三角亦相等。從三組（對應）角相等就推得兩三角形同式。因此，從這一題來看，南氏關於角度的想法，應該與歐幾里得傳統中，兩條線所張開空間的想法是相同的。至於同式（相似）三角形的論證，也不只是「看起來形式相同」，而是必須滿足三組對應角相等才能推出的結果，這樣的論證也完全無誤，與現代人可能寫出的過程是相同的。

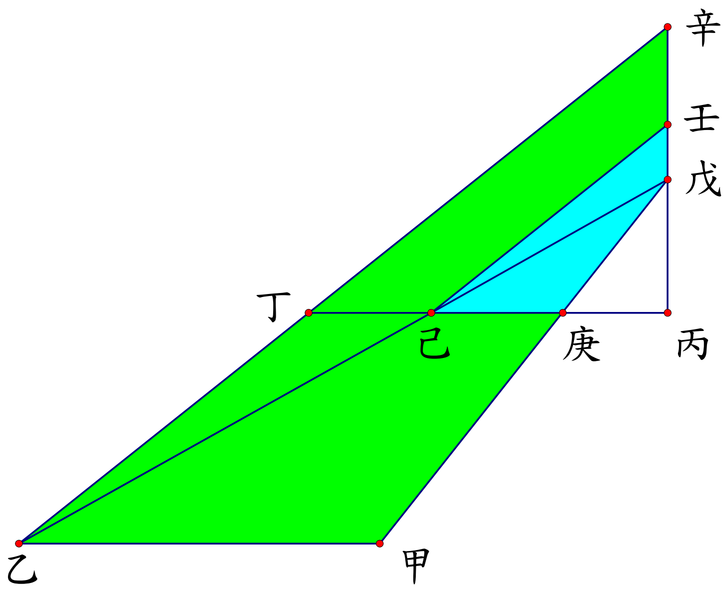
討論到此，關於南秉吉對「角」與相似形的理解似乎可以蓋棺論定，他的想法受西方影響，對於這些概念理解頗爲透徹，寫出來的論證果然也很像現代的教科書。然而，在《測量圖解》中，還有另外幾題南氏的論證，讓筆者必須修正這個初步的結論。下面我們來看一個用到「同式四邊形」的問題。南秉吉的附圖如圖七。

例五：《測量圖解》〈海島算經〉第 6 題。[26]

今有東南望波口，另兩表，南北相去九丈，以索薄地連之。當北表之西卻行，去表六丈，薄地遙望波口南岸，入索北端四丈二寸。以望北岸，入前表裏一丈二尺。又卻行，後去表一十三丈五尺。薄地遙望波口南岸，與南表參合。問波口廣幾何？

答曰：一里二百步。

[26] 南秉吉，《測量圖解》，頁 401-404。



圖七

此題的敘述與圖形頗爲複雜，筆者在此也只討論南秉吉關於同式形的論證。南秉吉先提出三角形辛丙丁、壬丙己相似（並未論證原因），以求出壬丙長，再減去戊丙長求得壬戊長。接下來南氏用到了「同式四邊形」，他說：「壬戊庚己與辛戊甲乙為同式四邊形」，再由壬戊：庚己＝辛戊：甲乙來求出甲乙波口廣。這是一個令筆者驚訝的地方，因爲南氏所提到的兩個四邊形，在數學上的確是相似的，但是這個「命題」一點都不明顯！事實上，我們必須先知道對應角相等，且對應邊成比例，才能說兩四邊形相似。然而南氏卻是使用了兩四邊形同式來得到對應邊成比例。另外，南秉吉在《測量圖解》〈海島算經〉第 8 題也用到「同式四邊形」，且在第 9 題甚至用到「同式五邊形」！[27]而在這兩題，南秉吉同樣沒有說明「同式」的原因。

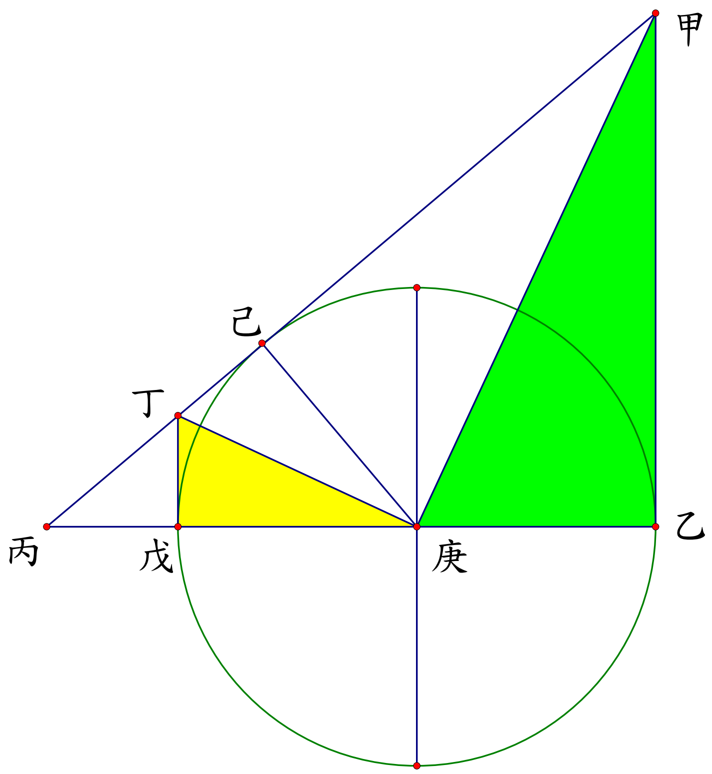
讀到這幾題之後，筆者心理出現了一個假設：南秉吉是否認爲，「兩多邊形（對應）角相等就會是同式形」呢？因爲在他用到同式四邊形或五邊形的題目中，各（對應）角相等是頗爲明顯的事實，因爲在那些題目中總有共用角或平行線，以致於他在看出角相等之後，就跳到了「兩形同式」的結論。關於這個假設，筆者在下面一題得到了答案，這題的論證中也用到了「角」。南秉吉的附圖如圖八。

例六：《測量圖解》〈數書九章測望類〉第 5 題。[28]

問有圓城不知周徑，四門中開，北外三里有喬木，出南門便折東行九里乃見木。欲知城周徑各幾何？

答曰：徑九里，周二十七里。

[27] 南秉吉，《測量圖解》，頁 411-418。
[28] 南秉吉，《測量圖解》，頁 453-460。



圖八

本題南秉吉的解法是利用三角形甲乙庚、庚戊丁同式，以及甲乙丙、丁戊丙同式，再由這兩個結果列出一個三次方程式來求得城徑。下面筆者僅引出他關於甲乙庚、庚戊丁的論證。

> 圖解曰：…自甲角抵圜心庚作甲庚分角線，又自圜心作丁庚割線與丁戊切線。則甲乙庚勾股形與庚戊丁勾股形為同式形。何則，試作己庚幅線為甲丙線之垂線，則甲乙庚己四邊形之乙角、己角，庚戊丁己四邊形之戊角、乙【己】角俱為直角，而庚戊丁己形之庚角，為甲乙庚己形之庚角之外角，其度必與甲角等，，則其丁角亦必與甲乙庚己形之庚角等，而為同式兩四邊形。而甲乙庚、庚戊丁兩勾股形，各為兩四邊形之半，故亦必相為同式形矣！

讀到這裡，一方面筆者甚感驚訝，一方面也映證了筆者的假設，南秉吉的想法果然是僅由（對應）角相等就推得兩形同式。南秉吉的許多西方數學知識來自《數理精蘊》，莫非《數理精蘊》的同式形論證也有瑕疵？事實上，在《數理精蘊》的上編卷三，〈幾何原本八〉的第六題，開宗明義寫道：「有眾多邊形，其邊數相同。相當各角俱等，而相當界之比例又同，謂之同式形也」。[29]所以，《數理精蘊》的定義基本上與歐幾里得的《幾何原本》相同。[30]至於南秉吉爲何在上述題目中如此論證？一個可能的解釋是，他從三

[29]康熙御制，《數理精蘊》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第三分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 84。

[30]《數理精蘊》中的「幾何原本」並非歐幾里得的《幾何原本》，而是翻譯自巴蒂 (Ignace-Gaston Pardies) 在法國頗受歡迎實用幾何的著作 *Elémens de Géométrie* (1671)。

角形同式的論證方法，「類比」推想到四邊以上的多邊形也可以這麼做，亦即，他認爲既然三角形（對應）角相等則兩形同式，那麼四邊形（對應）角相等則兩形亦同式。此外，《數理精蘊》的編纂，是由康熙的宮廷數學家，根據受過良好歐氏幾何訓練的耶穌會士所寫的教學筆記，與這些宮廷數學家自身的研究，所編纂而成。所以，《數理精蘊》在數學的要求雖強調實用，但還不致於犯下上面所出現的問題。然而朝鮮王朝的數學家，在撰寫數學著作時，卻沒有耶穌會士可與之討論，這或許也是南氏著作會出現邏輯瑕疵的原因之一。[31]

另一點有趣的是，在南氏所用到的同式多邊形中，每一組均有可能用歐氏幾何接受的方式證明它們的確相似，也就是說，南秉吉寫《測量圖解》時，在這方面完全沒有遇到矛盾，因爲那些多邊形確實相似。

最後，我們在這段文字中，看到他提到許多次「角」，使用方法也都與現代對角度的理解相同，只有一處例外，就是「自甲角抵圜心庚作甲庚分角線」。在這裡，南秉吉似乎以「甲角」來稱呼甲這個點。這是唯一他用「角」來稱呼頂點的情形。

五、結論

受到西方數學影響的南秉吉，對於「角」的概念，大致上來說與西方幾何中的「角」，以及現代我們所使用的意義相同，僅有一個混用例子，是他用「角」來稱呼頂點，除此之外，他對「角」的理解，應該就是指兩條線段之間所掃過或撐開的空間。

不過，關於相似形，他的理解就很有趣了。他用「同式形」來稱呼我們現在所說的相似形。對三角形而言，各種不同方向的相似三角形，都出現在他的論證中，也至少有一個例子可以說明，他知道兩三角形（對應）角相等則兩三角形同式。不過，若是觸及四邊以上的多邊形，他的理解就令人意外了，雖然《數理精蘊》中定義的「同式形」有提到，必須要角相等且邊成比例才叫同式形，但在南秉吉的論證中，有一個例子可看出，他直接說明（對應）角相等兩四邊形即相似。一個可能的解釋是，他將三角形的論證方式類比到其他的多邊形中，以致於產生論證的瑕疵。

由上面也可以映證一個韓國與中國的相同之處，就是在 18 至 19 世紀，《數理精蘊》的影響力遠大於《幾何原本》。強調嚴格演繹邏輯的論證方式，到 19 世紀中葉，仍沒有成爲數學家寫作數學文本的重要依據。南秉吉所關心的，或許是用快速、簡潔或直覺的手法解決問題。關於西方數學對韓國的影響，這篇論文只能看出一小部分，而更宏觀的歷史圖像，還需要未來更多的研究去拼湊。

謝誌

[31] 這裡要感謝徐光台老師提醒筆者耶穌會士在編纂《數理精蘊》等數理天文著作時所的貢獻。關於耶穌會士在中西文化交流上所扮演的角色，可參閱徐光台老師的多篇論文，例如：徐光台，〈明末西方四元素說的傳入〉，《清華學報》，清華大學（新竹），1997 年，新 27 卷第 3 期，頁 347-380。或是徐光台，〈西學傳入與明末自然知識考據學：以熊明遇論冰雹生成爲例〉，《清華學報》，清華大學（新竹），2007 年，新 37 卷第 1 期 2007，頁 117-157。關於數理精蘊的編纂過程，亦可參見韓琦，〈數理精蘊提要〉，頁 1-8。

本篇研究心得的內容，除經過筆者指導教授洪萬生老師的指點之外，並且得到清華大學歷史所的徐光台教授與琅元教授的指導才能有初步的成果，特此感謝。

主要參考文獻

西文部分

Cullen, Christopher, *Astronomy and Mathematics in Ancient China: The Zhou Bi Suan Jing*. Cambridge University Press (Cambridge), 1996.

Jun, Yong Hoon, “Mathematics in context: A case study in early nineteen-century Korea”, Science in Context, 2006, no. 19, pp.475-512.

Oh, Young Sook, "*Suri chõngon pohae* (數理精蘊補解): An 18th Century Korean Supplement to *Shuli jingyun* (數理精蘊)". In W. S. Horng, Y. C. Lin, T. C. Ning & T. Y. Tso (Eds.), *Proceedings of Asia-Pacific HPM 2004 Conference*, National Taichung Teachers College (Taichung), 2004.

Volkov, Alexei, *Geometrical diagrams in traditional Chinese mathematics*. In F. Bray, V. Dorofeeva-Lichtmann and G. Metailie (Eds.), Graphics and Text in the Production of Technical Knowledge in China. Brill (Leiden), 2007.

中文部分

王渝生，〈幾何原本提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第五分冊，河南教育出版社（鄭州）1993 年，頁 1145-1150。

石雲里，〈曆象考成提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 459-462。

石雲里，〈曆象考成後編提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 959-963。

石雲里，〈乾坤體義提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 283-285。

伊世同，〈儀象考成提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1339-1342。

李國偉，〈中國古代對角度的認識〉，收入李迪主編，《數學史研究文集第二輯》，內蒙古大學出版社、九章出版社（呼和浩特、台北），1991 年，頁 6-13。

利瑪竇、李之藻《乾坤體義》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 287-337。

南秉吉，《測量圖解》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第五卷，驪江出版社（首爾），1985 年，頁 367-482。

南秉吉，《劉式勾股述要圖解》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第六卷，驪江出版社（首爾），1985 年，頁 3-189。

南秉吉，《九章術解》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第六卷，驪江出版社（首爾），1985 年，頁 253-496。

南秉吉，《算學正義》，收入金容雲主編，《韓國科學技術史資料大系》數學篇第七卷，驪江出版社（首爾），1985 年。

徐光台，〈明末西方四元素說的傳入〉，《清華學報》，清華大學（新竹），新 27 卷第 3 期，1997 年，頁 347-380。

徐光台，〈西學傳入與明末自然知識考據學：以熊明遇論冰雹生成爲例〉，《清華學報》，清華大學（新竹），新 37 卷第 1 期，2007 年，頁 117-157。

徐光啓、利瑪竇譯，《幾何原本》〈第六卷〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第五分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1261-1302。

徐光啓等編纂，湯若望等重訂，《西洋新法曆書》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 287-337。

張復凱，《從南秉吉 (1820-1869) 《緝古演段》看東算史上天元術與借根方之「對話」》，國立台灣師範大學數學系碩士論文（台北），2005 年。

郭守德，《朝鮮算學家．南秉吉《測量圖解》初探》，國立台灣師範大學數學系碩士論文（台北），2007 年。

郭書春，《古代世界數學泰斗劉徽》，九章出版社（台北），1995 年。

郭書春、劉鈍點校，《算經十書》，九章出版社（台北），2001 年。

陳春廷，《東算家南秉吉《算學正義》之內容分析》，國立台灣師範大學數學系碩士論文（台北），2007 年。

康熙等，《御制數理精蘊》，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第三分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年。

康熙、何國宗、梅瑴成等，《御製曆象考成》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 463-957。

潘鼐，〈西洋新法曆書提要〉，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第八分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 643-650。

戴進賢、徐懋德等，《御製曆象考成後編》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 965-1338。

戴進賢等，《欽定儀象考成》，收入薄樹人主編，《中國科學技術典籍通彙》天文卷第七分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1343-1576。

韓琦，〈數理精蘊提要〉，收入郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙》數學卷第三分冊，河南教育出版社（鄭州），1993 年，頁 1-8。

收件日期：2009 年 9 月 25 日

定稿日期：2009 年 10 月 15 日

The Korean Mathematician Nam Pyŏng-Gil's Ideas of "Angle" and His Understanding of "Similar Shapes"

Jia-Ming Ying
(National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan
The Needham Research Institute, Cambridge, UK
Member of CAHS)

Abstract This paper discusses the ideas of "angle" and understanding of "similar shapes" in Euclidean Geometry by Nam Pyŏng-Gil (1820-1869), a mathematician in the late Chosŏn Dynasty of Korea. Korean mathematics was immensely influenced by Chinese mathematics, but in ancient China there does not seem to exist the concept of "angle" as that in Euclidean Geometry. As for the case of measurements, the objects being compared are not two "similar shapes", but pairs of proportional line segments. The concepts of Euclidean angle and similarity was introduced to China with the translations of first six books of Euclid's *Elements* in 1607, and they were later transmitted to Korea by the mathematical and astronomical treatises published in Ming and Qing Dynasties, the most important of which is the *Shuli jingyun* 數理精蘊.

I mainly quote Nam's *Ch'ŭkryang tohae* 測量圖解 (1858) and *Kujang sulhae* 九章術解 (1864) to explain his understanding. Nam, being highly influenced by the Sino-Western mathematics introduced in Qing texts, had his idea about "angle" which was generally the same as that in Euclidean Geometry, except in one case in which he referred to a vertex also with the word *jiao* 角. For the understanding of "similarity", there are pairs of similar triangles of different orientations, and he knew that if corresponding angles are equal, then two triangles are similar. However, for polygons of four or more sides, there is at least one case to show he believed that as long as the corresponding angles are equal, those shapes are similar. He did not consider corresponding sides in that case. Nam might have made an analogy between triangles and polygons of more sides to reach that conclusion and had a flaw in his argument.

This paper also gives an example of a common phenomenon between Korean and Chinese mathematics: rigorous deductive argument was not the way of writing mathematical texts. What Nam Pyŏng-Gil cared about was analogical thinking and solving problems with intuition and quick methods.

Key Words: Korean mathematics, Nam Pyŏng-Gil, angle, similar shapes, Euclidean Geometry